Universidad de la República

Facultad de Ciencias Económicas y Administración

Microeconomía Avanzada
Notas Docentes

Oligopolio

Andrés Pereyra y Patricia Triunfo

1 INTRODUCCIÓN

El oligopolio se encuentra a mitad de camino entre la competencia perfecta y el monopolio en lo que refiere al grado de competencia que se da en el mercado. Es aquella estructura donde hay pocos vendedores, si son dos se denomina duopolio.

Dado que cada empresa se enfrenta a un número reducido de rivales, sus decisiones suelen afectar a cada uno de ellos, por lo que al maximizar beneficios deben tomar en cuenta la acción de sus rivales. Siempre que esto ocurre se dice que la empresa se comporta estratégicamente.

En los mercados competitivos o monopólicos no hay interacción estratégica. En el modelo de competencia perfecta se supone que las firmas son pequeñas en relación al tamaño del mercado, por lo que suponen que sus decisiones no afectan a las otras firmas ni al precio del mercado.

En el caso del monopolio es evidente que no hay interacción estratégica porque hay una sola empresa.

Los modelos microeconómicos suponen la toma de decisiones de agentes racionales en un ambiente que les impone ciertas restricciones. La teoría microeconómica es en definitiva una teoría de la toma de decisiones. En este sentido podemos diferenciar dos grandes familias de modelos: los que no involucran más que un agente (competencia y monopolio) y los que involucran más de un agente (oligopolio).

Es usual enfocar el tema del oligopolio analizando los duopolios, esta versión más sencilla permite desentrañar una parte importante de los aspectos relacionados al oligopolio, al tiempo que es una simplificación más que considerable en el aspecto formal.

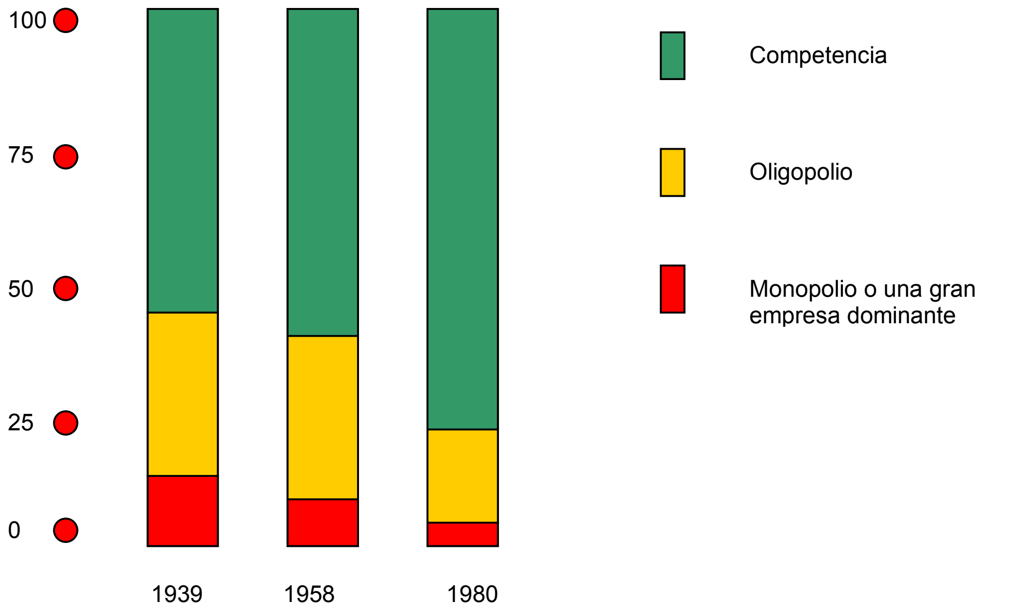
Los modelos que se analizan suponen en general que el bien es homogéneo, esto es, que los consumidores no distinguen entre los bienes que produce una firma de los que produce otra; específicamente no distinguen ni la calidad ni otras características de diseño. Esta aclaración es relevante en cuanto existen modelos de estructuras de mercado oligopólicas que suponen diferenciación de productos como elemento central (por ejemplo, el modelo de competencia monopolística).

1.1 INDICADORES DE CONCENTRACIÓN

Existen diferentes indicadores de concentración que tratan de medir la proximidad de un mercado a una estructura de competencia perfecta o bien a una de monopolio.

Como se observa en la figura 1, casi las tres cuartas partes de la economía norteamericana en 1980 era competitiva, las situaciones de monopolio o de dominio de una gran empresa representaban el 5% de las ventas totales, mientras que el oligopolio (básicamente en las manufacturas) representó aproximadamente el 18% de las ventas.

Figura 1: Estructuras de mercado en Estados Unidos



Fuente: "Causes of Increased Competition in the U.S.Economy, 1939-1980", de William G. Shepherd, en Review of Economics and Statistics, 1982.

Si se analiza un mercado en concreto, un primer indicador de concentración es la participación conjunta de las grandes empresas del mercado, como porcentaje en el total de ventas. A continuación se presentan algunos ejemplos para Uruguay.

Figura 2: Concentración de los mercados uruguayos

Productos		Participación conjunta en el mercado	Consumo *per* cápita (anual)
Yerba	Canarias, La Mulata, Armiño, Sara, Guazubirá, Livre	82 %	7 kgs.
Aguas	Salus, Villa del Este, Sirte, Kazbek, Bonaqua	87 %	50 lts.
Panchos	Schneck, Cativelli, Otonello, Tres Hnos., Sarubbi	95 %	110 uds.
Helados	Conaprole, Bresler, Smack, Frigor	93 %	3 lts.
Arroz	Coopar, Saman, Casarone	99 %	11 kgs.
Cervezas	Cervecería y Maltería Paysandú, Fabr. Nac. de Cervezas, Salus	95%	25 lts.
Pan envasado	La Mallorquina, Los Sorchantes, Fargo, La Salteña, La Sin Rival	91 %	5,6 uds.

Fuente: El Observador, varios números,1997.

Sin embargo, los dos indicadores más utilizados son el coeficiente de concentración de las cuatro grandes empresas (C4) y el Índice Herfindahl-Hirschman (IHH).

El coeficiente de concentración de cuatro empresas mide el porcentaje de las ventas del mercado realizado por las cuatro mayores empresas:

$$C4 = \sum_{i=1}^{4} \left(\frac{ventas_{\ i}}{ventas \ \ totales \ \ del \ \ mercado} \right) x100$$

Por lo tanto, el C4 va de casi cero para la competencia perfecta (y menor al 40%), hasta 100% para el monopolio. En general un C4 que exceda el 60% se considera como un indicador de un mercado que está altamente concentrado, coincidiendo con una estructura oligopólica. Con el mismo criterio se puede definir un C3 o C5, etc.

Figura 3: Concentración sectorial en Argentina

Sector	C5	C3
Químicas	71	52
Plásticos	86	66
Papel e imprentas	63	44
Alimentos	41	23
Automotores y autopartes	90	83
Construcción	57	42
Siderúrgicas	70	62
PROMEDIO	68	52

Fuente: Comisión Nacional de Defensa de la Competencia, publicado en Negocios Nº 67, abril 1997

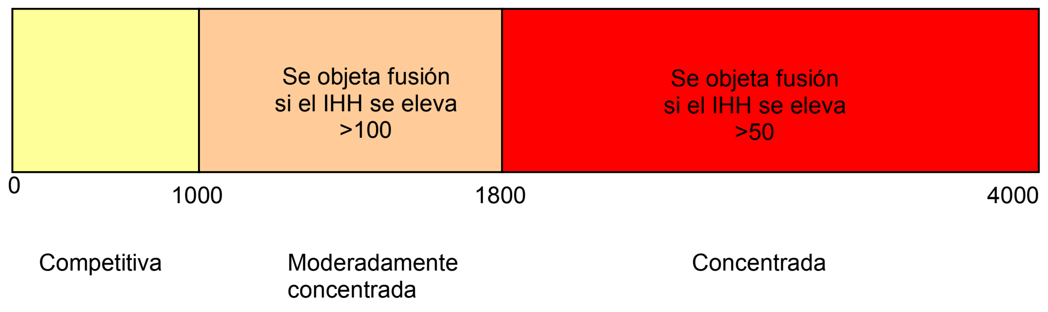
El Índice Herfindahl-Hirschman es la suma de las participaciones porcentuales de mercado al cuadrado de cada una de las 50 empresas más importantes en un mercado (o de todas si son menos de 50):

$$IHH = \sum_{i=1}^{50} \left(\frac{ventas_{\ i}}{ventas \ \ totales \ \ del \ \ mercado} \right)^2$$

Se entiende que un mercado es competitivo si el IHH es inferior a 1000, moderadamente competitivo si está entre 1000 y 1800, concentrado si está por encima de 1800.

Las diferentes comisiones de defensa de la competencia, como ser la Comisión Federal de Comercio de Estados Unidos, la Comisión Federal de Competencia de México, la Comisión Nacional de Defensa de la Competencia de Argentina, etc., suelen usar el IHH como indicador de concentración de los mercados al analizar fusiones. Si el IHH está entre 1000 y 1800 examinan cualquier fusión que implique un aumento de 100 puntos en el IHH, o si está por encima de 1800, examinan cualquier fusión que implique un aumento de 50 puntos.

Figura 4 Pautas para fusiones mediante el IHH



Por ejemplo, en 1986 la Comisión Federal de Comercio de Estados Unidos, objetó la fusión entre de PepsiCo y 7-Up y la de Coca-Cola con Dr. Pepper. Dichas empresas, las más grandes del mercado, concentraban el 80% de las ventas de bebidas gaseosas (C4=80%). A los efectos de calcular el IHH se toma la quinta mayor empresa del mercado (RJR) con una participación del 5% y se supone que el restante 15% está integrado por pequeñas empresas que tienen una participación del 1% cada una, por lo tanto:

$$IHH = 39^2 + 28^2 + 7^2 + 6^2 + 5^2 + 15 = 2430$$

A su vez, la fusión entre PepsiCo y 7-Up hubiera aumentado el IHH en más de 300 puntos, y la de Coca-Cola con Dr. Pepper en más de 500 puntos, por lo que la Comisión decidió impedir las fusiones.

Hay que destacar que este dictamen está estrechamente relacionado a la definición de mercado utilizada, dado que si se hubiera tomado al mercado de bebidas gaseosas más jugos de frutas y agua embotellada, el IHH hubiese sido 120.

A continuación se presentan algunos datos para Argentina, donde se observa que el IHH promedio de los sectores es 1472, lo cual indica que la economía está moderadamente concentrada, siendo “Plásticos” y “Automotores y autopartes” los más concentrados, con IHH superior a 1800.

Figura 5: Concentración sectorial en Argentina

Sector	IHH
Químicas	1237
Plásticos	2060
Papel e imprentas	1078
Alimentos	497
Automotores y autopartes	3165
Construcción	1083
Siderúrgicas	1186
PROMEDIO	1472

Fuente: Comisión Nacional de Defensa de la Competencia, publicado en Negocios Nº 67, abril 1997

1.2 INTERACCIÓN ESTRATÉGICA: DECISIONES SIMULTÁNEAS O SECUENCIALES

La primera decisión estratégica que deben tomar las empresas que operen en un mercado oligopólico es si colaborarán entre ellas, o si por el contrario competirán. Si las empresas se ponen de acuerdo en el nivel de producción o en el precio que cobrarán en el mercado se dice que existe colusión entre las mismas.

Si las firmas coluden, optarán por decidir la cantidad a producir conjuntamente en el mercado, como si fuesen una firma monopólica. Es indistinto que fijen la cantidad a producir conjuntamente o el precio a cobrar.

Si las firmas compiten, podrán hacerlo en precio o cantidades y si sus decisiones podrán ser simultáneas o secuenciales.

Los modelos simultáneos suponen que cada firma toma sus decisiones independientemente de la otra. Por el contrario, en los modelos secuenciales, se supone que existe una firma que toma primero sus decisiones de cantidad o precio. Esta firma se denomina líder, mientras que a la segunda empresa, que espera a que la primera tome su decisión y luego actúa, se le llama seguidora. El tema clave es que se supone que el líder toma en cuenta como reaccionará el seguidor, suponiendo que éste actuará de forma racional. Dicho de otra manera, el líder hace su previsión acerca de cómo un seguidor racional actuará ante cada posible decisión suya. Con esta información tomará la decisión que maximice sus beneficios.

Cabe aclarar que la interacción estratégica entre las empresas se denomina secuencial o simultánea si su acción se da en distintos momentos del tiempo o no. Aunque esta diferenciación efectivamente puede ocurrir, la diferencia real está en la cantidad de información que cada empresa maneja a la hora de tomar sus decisiones. Puede ocurrir, por ejemplo, que una firma tome sus decisiones y las anuncie antes de que la otra tome las suyas. Si la segunda empresa no toma en cuenta esta información, por más que la decisión se tome en un momento posterior, la interrelación estratégica es de carácter simultáneo.

1.3 MODELOS CLÁSICOS DE DUOPOLIO: UN POCO DE HISTORIA

Uno de los primeros investigadores que desarrolló modelos de oligopolio fue Cournot en 1838, matemático francés que formalizó un modelo donde dos empresas que poseen manantiales naturales eligen simultáneamente la cantidad de agua a producir. Ambas deciden la cantidad a producir sin saber (o sin considerar) la decisión de producción de la otra firma. No obstante, las empresas consideran que su competidor actúa de forma racional.

Bertrand (1883) critica a Cournot argumentando que los duopolistas no compiten en cantidades sino en precios. La solución del modelo es la misma que la solución competitiva. Cada duopolista sabe que si fija su precio levemente por debajo del precio de la otra firma se quedará con todo el mercado. Pero el otro duopolisa tendrá la misma estrategia. El resultado es que ambos bajarán su precio para competir hasta que sea igual al costo marginal. De este modo la condición de equilibrio es la misma que en la situación competitiva.

Von Stackelberg (1934) desarrolló un modelo donde las empresas toman sus decisiones secuencialmente. En este modelo, existe una firma líder que decide la cantidad a producir, y un seguidor quien luego de observarla decide la suya. Las dos firmas producen de acuerdo a sus planes y el precio se determina según la demanda del mercado. El modelo supone que el líder conoce la función de costos del seguidor. En este sentido no hay problemas de información asimétrica relevantes (el seguidor puede no conocer la función de costos del líder, pero esto no influye en la solución del modelo). Lo relevante es que el líder es capaz de prever con precisión la reacción del seguidor ante cada posible nivel de producción que él decida. En la medida que ambos conocen la función de demanda es posible saber, para el nivel conjunto de producción, el precio de mercado. Debe notarse que la solución del modelo depende de forma crucial de los supuestos informacionales: el líder conoce la función de costos del seguidor y tanto el líder como el seguidor conocen la función de demanda.

Una versión de este modelo es el liderazgo en precios, en el cual existe un líder que fija el precio y una franja de competidores cuasicompetitivos. En la medida que el producto es homogéneo y no hay discriminación, no puede haber dos precios distintos. A dicho precio, el líder fija la cantidad, produciendo el resto de las empresas la diferencia entre ésta y la demanda del mercado. La solución del modelo se basa en la idea de que el líder adelanta la reacción del seguidor (cantidad producida) para cada posible precio que él decida. Debe notarse que la solución del modelo depende, al igual que en el modelo de Stackelberg, de los fuertes supuestos acerca de la información que maneja cada agente.

En el modelo de Stackelberg, los agentes actúan racionalmente y se llega necesariamente al equilibrio, ambas firmas toman decisiones de producción con las que están satisfechas, y *ceteris paribus*, producirán siempre esa cantidad. En el modelo de Cournot, por el contrario, nada garantiza que la cantidad que una firma prevé que producirá la otra firma se confirme en la realidad. La solución del modelo indica dos cantidades tales que si coinciden con las cantidades que efectivamente producen las firmas, éstas estarán satisfechas con su decisión (y *ceteris paribus)* no tendrán interés de cambiar.

Figura 6: Modelos de oligopolio

	Competencia en precio	Competencia en cantidad
Decisiones simultáneas	Bertrand	Cournot
Decisiones secuenciales	Liderazgo en precio	Stackelberg

2 INTRODUCCIÓN A LA TEORIA DE JUEGOS NO COOPERATIVOS ESTATICOS

La teoría de juegos tiene por objetivo analizar la toma de decisiones de individuos puestos en situaciones de interdependencia. Su principal característica es postular la racionalidad de los actores, siendo éstos conscientes de sus propios objetivos y de los de los otros protagonistas.

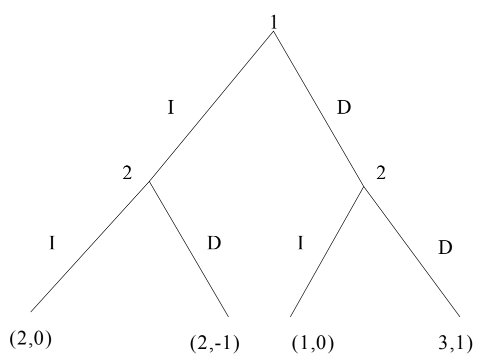
La teoría de juegos ha tenido una verdadera explosión en los últimos años tanto en el plano teórico como en las aplicaciones, siendo la base de numerosos desarrollos en economía.

Nos centraremos específicamente en la teoría de juegos no cooperativos. En estos, los jugadores no pueden realizar acuerdos irrevocables entre ellos antes de comenzar la acción. Esta hipótesis se justifica en múltiples situaciones: de orden legal (prohibición de comunicarse entre los jugadores), de orden físico (imposibilidad de comunicarse) o de orden técnico (imposibilidad de prever el futuro). Por lo tanto, la teoría de juegos no cooperativos trata de caracterizar los resultados posibles de una interacción estratégica, suponiendo que los jugadores abordan dicha interacción de forma racional y suponiendo que los mismos guardan su libertad de involucrarse en compromisos con otros jugadores.

2.1 REPRESENTACIÓN DE LOS JUEGOS

Hay dos formas de formalizar un juego: la forma normal y la forma extensiva. La forma extensiva especifica el orden del juego, la información y elecciones disponibles a los jugadores cuando es su turno de jugar y las ganancias de cada jugador contingentes a la elección realizada por todos los jugadores. La forma extensiva constituye un árbol del juego.

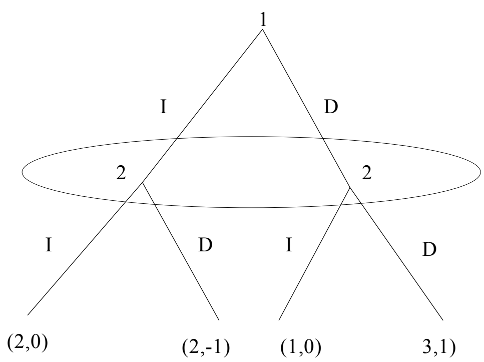
Juego 1 (en forma extensiva)



El diagrama anterior representa el juego en que en el momento de tiempo 1 el jugador 1 tiene la opción de jugar derecha o izquierda (sus estrategias posibles). En el momento 2 el jugador 2 tiene la opción de jugar derecha o izquierda según la estrategia jugada por el jugador 1. Al final de árbol se muestran las ganancias de cada uno de los jugadores.

En este juego el jugador 2 observa la estrategia jugada por el jugador 1 antes de decidir su propia estrategia. Si el jugador 2 no observara la estrategia jugada por 1, ya sea porque las estrategias se realizan simultáneamente o porque no tiene la información de la estrategia jugada antes de decidir la suya, el juego se representaría como sigue:

Juego 2 (en forma extensiva)



El óvalo que envuelve los dos nodos del jugador 2 indica que el jugador no sabe al momento de tomar su decisión en cuál de ellos se encuentra realmente. En el primer juego el jugador 2 tiene dos *sets* informacionales distintos mientras, que en el segundo juego tiene un sólo *set* informacional (envuelto en el óvalo).

El primero de los juegos es un juego dinámico mientras que el segundo es un juego estático. El estudio de ambos tipos de juegos se realizará de forma separada dado que los conceptos de equilibrio manejados en cada caso son distintos.

Se supone que la estructura del árbol es conocimiento común: todos los jugadores lo conocen, saben que los otros jugadores lo conocen, saben que los otros jugadores saben que lo conoce, y así sucesivamente.

La representación en forma normal de un juego es una representación resumida del juego en forma extensiva. El juego en forma normal es una colección de las estrategias puras disponibles para cada jugador en cada uno de sus conjuntos de información (*information sets*).

En la forma normal del juego cada jugador elige de forma simultánea una estrategia y la combinación de estrategias elegida determina la ganancia de cada jugador.

Juego 3 (en forma normal)

		Jugador 2	
		Estrategia 1	Estrategia 2
Jugador 1	Estrategia A	*a,b*	*c,d*
	Estrategia B	*e,f*	*g,h*

Para definir un juego es necesario determinar: jugadores, estrategias y ganancias para cada combinación de estrategias.

Por convención el jugador 1 es el jugador fila y el jugador 2 es el jugador columna; por otra parte las ganancias son un par de números donde el primero es la ganancia del jugador 1 y la segunda la ganancia del jugador 2 (*a* es la ganancia del jugador 1 si este juega la estrategia A y el jugador 2 juega la estrategia 1, mientras que *b* es la ganancia del jugador 2 en igual situación).

Los juegos antes presentados en forma extensiva se pueden expresar en forma normal:

Juego 1 (en forma normal)

		Jugador 2			
		I-I	D-D	I-D	D-I
Jugador 1	I	2,0	2,-1	2,0	2,-1
	D	1,0	3,1	3,1	1,0

Las estrategias del jugador 2 son jugar izquierda o derecha según el jugador 1 haya jugado izquierda o derecha.

Juego 2 (en forma normal)

		Jugador 2	
		I	D
Jugador 1	I	2,0	2,-1
	D	1,0	3,1

Si bien se analizará más en profundidad el tema, la forma normal es adecuada para analizar juegos estáticos y no lo es tanto para el análisis de juegos dinámicos. Consideremos en adelante, que salvo indicación en contrario, los juegos en forma normal representan juegos estáticos.

Formalmente, un juego en forma normal es el resultado de $(N, X_i, u_i, i \in N)$, donde $N = 1,...., i,.....n\}$ es el conjunto de jugadores y para cada jugador i, X_i es el conjunto de estrategias disponibles. La elección de cada jugador de una estrategia determinará un resultado para el juego. A su vez, u_i es la función de utilidad o función de pagos que representa las preferencias del jugador sobre los resultados (en los juegos de información completa esta función es ordinal, pero cuando se tratan juegos de información incompleta se requieren funciones de utilidad del tipo propuesto por Von Neumman – Morguenstein que son funciones de utilidad cardinal).

Notación:

x_i *una estratégia de i*

x_{-i} *es el conjunto de estratégias de los jugadores diferentes de i*

X_i *es el conjunto de las estrategias posibles de i*

X_{-i} *es el conjunto de las estrategias posibles de los jugadores diferentes de i*

$x = (x_1, ... x_n)$ *es un resultado*

$x = (x_i, x_{-i})$ *es un resultado*

X *es el conjunto de los resultados posibles*

Dos hipótesis subyacen el resultado previsto en un juego en forma normal:

- Independencia estratégica. Los jugadores seleccionan sus estrategias independientemente unos de otros. Se excluye por ejemplo toda forma de selección conjunta de un resultado. Esta hipótesis es válida cuando se modelizan situaciones donde las estrategias son seleccionadas simultáneamente o en secreto. Cabe aclarar que estas situaciones también pueden ser representadas con la forma extensiva.
- Información completa. Los jugadores conocen la forma normal del juego $(N, X_i, u_i, i \in N)$, conocen a los otros jugadores, su conjunto de estrategias y su función de utilidad. Esta hipótesis permite construir una teoría de la interacción estratégica situándose en el punto de vista de los actores involucrados.

2.2 TIPOS DE JUEGOS

Se puede clasificar a los juegos desde distintos puntos de vista: juegos finitos y no finitos, juegos de información completa (perfecta) y de información incompleta (imperfecta), juegos estáticos y dinámicos, juegos de suma cero.

Un juego es finito si todos los conjuntos de estrategias son finitos, por ejemplo el dilema del prisionero y la batalla de los sexos.

Por el contrario, en los juegos no finitos, al menos las estrategias posibles de un jugador son infinitas. Por ejemplo, los modelos de oligopolio que motivan esta parte del curso.

Los juegos de suma cero son aquellos donde la ganancia de un jugador es siempre igual a la pérdida de los demás jugadores.

2.3 DEFINICIÓN DE LA RACIONALIDAD

La hipótesis fundamental de la teoría de juegos es que cada jugador busca maximizar su nivel de utilidad, independientemente de los otros y conociendo los datos del juego (N, Xi, etc.). Un problema importante es que esta hipótesis no es suficiente para definir LA solución del juego.

Se tratará de definir primero una noción descentralizada de racionalidad individual. Se abordarán los conceptos de estrategias dominantes y dominadas y se definirá un primer concepto de equilibrio que es el que se obtiene por eliminación sucesiva de estrategias estrictamente dominadas. Se verá que este concepto es insuficiente en muchos casos.

Dado que los niveles de utilidad de cada uno dependen de las estrategias de los otros y dado que cada jugador lo sabe, la noción de racionalidad debe ser abordada simultáneamente para el conjunto de los jugadores. El concepto de equilibrio que toma en cuenta dicha simultaneidad en la definición de las resultados es el equilibrio de Nash.

<u>Dominancia estricta</u>

Para un jugador dado, dos estrategias son comparables sin ambigüedad si una de ellas da una utilidad estrictamente mayor que la otra, no importando cuales sean las estrategias de los otros jugadores. En ese caso se dice que una domina estrictamente a la otra.

Una estrategia x_i domina estrictamente a una estrategia x_i' si
$u_i(x_i, x_{-i}) > u_i(x_i', x_{-i}) \quad \forall x_{-i} \in X_{-i}$

Una estrategia del jugador *i* es estrictamente dominante si domina estrictamente a todas las demás estrategias de ese jugador. Por otra parte, un estrategia del jugador i es estrictamente dominada si existe una estrategia que la domina estrictamente.

Si un jugador posee una estrategia estrictamente dominante, ésta es única y todas las otras estrategias son estrictamente dominadas. Esta será sin dudas la estrategia que jugará. No tiene sentido para él de prever cual será la estrategia jugada por los demás jugadores, ya que su mejor elección es independiente de éstas últimas.

Este concepto es muy fuerte pero no permite comparar siempre dos alternativas (no es completo). Esto quiere decir que no siempre dos estrategias son comparables en cuanto a la dominancia estricta (ejemplo: batalla de los sexos).

Si en un juego todos los jugadores tienen una estrategia estrictamente dominante, entonces esta es la solución del mismo. Se dice que existe un equilibrio en estrategias estrictamente dominantes. El problema es que pocos juegos se pueden resolver con este concepto de equilibrio.

Ejemplo: Dilema del prisionero. Este juego tiene una única solución. Es un equilibrio en estrategias estrictamente dominantes.

Se suponen dos prisioneros, que cometieron un crimen importante, los cuales son interrogados en celdas separadas. No se poseen pruebas contundentes para condenarlos por lo que se requiere al menos la confesión de uno de ellos para hacerlo. La oferta a ambos presos es que si confiesan tendrán menor pena que si no lo hacen. Si uno confiesa pero su compañero calla entonces saldrá libre y su compañero cumplirá condena por 9 años. Si ambos confiesan cumplirán condena por 6 años. Si ambos callan cumplirán condena , no existen pruebas más que para condenarlos por crímenes menores, condena de un año. Por lo tanto, la forma normal del juego es como sigue:

Juego del dilema del prisionero

		Preso 2	
Preso 1		Ocultar	Confesar
	Ocultar	-1,-1	-9,0
	Confesar	0,-9	**-6,-6**

La estrategia de confesar-confesar es un equilibrio de estrategias dominantes. Cada preso obtiene mayor ganancia confesando sin importar lo que haga el otro. Por ejemplo, si 2 oculta, 1 sale libre si confiesa y va un año preso si oculta por lo que le conviene confesar; si 2 confiesa, 1 va 9 años presos si oculta y solamente 6 si confiesa, por lo que también le conviene confesar. Para toda estrategia seguida por 2, a 1 le conviene confesar, esto significa que es una estrategia estrictamente dominante.

<u>Eliminación sucesiva de estrategias estrictamente dominantes</u>

El concepto anterior se puede ampliar con un concepto más operacional. Algunos juegos se pueden resolver considerando las relaciones de dominancia de todos los jugadores.

El proceso consiste en considerar que todos los jugadores conocen las estrategias estrictamente dominantes de todos los jugadores. Cada jugador puede entonces eliminarlas mentalmente suponiendo que nunca serán jugadas, ya que todos los jugadores saben que los demás jugadores son racionales y los jugadores racionales no juegan estrategias estrictamente dominadas. De esa forma se pueden eliminar en la forma normal del juego todas las alternativas estrictamente dominadas de forma sucesiva. Si este proceso lleva a obtener un resultado único, todos los jugadores pueden predecir de forma segura cual será el comportamiento de los otros. El resultado obtenido se denomina equilibrio por eliminación sucesiva de estrategias estrictamente dominadas. Por ejemplo,

$$\begin{array}{cccc} & G & C & D \\ H & 3,1 & 8,0 & 2,6 \\ M & 4,3 & 2,2 & 3,0 \\ B & 3,2 & 3,1 & 4,1 \end{array} \xrightarrow{Elimino\,C} \begin{array}{ccc} & G & D \\ H & 3,1 & 2,6 \\ M & 4,3 & 3,0 \\ B & 3,2 & 4,1 \end{array} \xrightarrow{Elimino\,H} \begin{array}{ccc} & G & D \\ M & 4,3 & 3,0 \\ B & 3,2 & 4,1 \end{array}$$

$$\xrightarrow{Elimino\,D} \begin{array}{cc} & G \\ M & 4,3 \\ B & 3,2 \end{array} \xrightarrow{Elimino\,B} \begin{array}{cc} & G \\ M & 4,3 \end{array}$$

Este proceso se imagina como un proceso mental que cada jugador realiza antes de jugar. De todas maneras, el resultado no se ve afectado en el caso de un proceso secuencial, si cada jugador elimina las alternativas dominadas cuando es su turno de jugar.

Dominancia en sentido débil

Una estrategia x_i domina en sentido débil a una estrategia x_i' si $u_i(x_i, x_{-i}) \geq u_i(x_i', x_{-i}) \forall x_{-i} \in X_{-i}$. Además, se dice que la domina si al menos en un caso se cumple la desigualdad estrictamente.

Si una estrategia domina estrictamente a otra, también la domina. Si una estrategia domina a otra también la domina en sentido débil.

Una estrategia del jugador *i* es dominante en sentido débil si domina en sentido débil a todas las demás estrategias de ese jugador. Por otra parte, un estrategia del jugador i está débilmente dominada si existe una estrategia que la domina en sentido débil.

Si una estrategia dominante existe, entonces es única. Esta solución será en algunos casos adecuada como solución del juego. Por el contrario, la solución encontrada por dominancia débil tendrá en general importantes problemas. De cualquier manera el concepto válido para encontrar soluciones será el de dominancia estricta.

Equilibrio de Nash

Se considera un juego en forma normal. Se supone que antes de jugar, los jugadores se encuentran y tratan de armonizar sus estrategias. Se supone además que en caso de que se alcance un acuerdo, su violación por parte de un jugador no lleva a ninguna penalidad. En tales condiciones, los jugadores deben buscar un resultado que respete cierta estabilidad interna, en el sentido de que ninguno de entre ellos pueda, cambiando unilateralmente su estrategia, aumentar su nivel de utilidad. Esto nos conduce a la definición de equilibrio de Nash.

Un resultado de un juego x^* de un juego $(N, X_i, u_i, i \in N)$ es un equilibrio de Nash (en estrategias puras) si $u_i(x^*) > u_i(x_i, x^*_{-i}), \forall i \in N, \forall x_i \in X_i$.

Un juego en estrategias puras puede admitir un equilibrio, varios o ninguno.

Ejemplo: Dilema del prisionero. Un único equilibrio de Nash.

En el cuadro del juego en forma normal, se subraya la mejor respuesta de cada jugador a la posible estrategia del otro. Confesar resulta la mejor estrategia ante la posible respuesta del otro prisionero, por lo tanto es un equilibrio de Nash.

Juego: Dilema del prisionero

		Preso 2	
		Ocultar	Confesar
Preso 1	Ocultar	-1,-1	-9,0
	Confesar	0,-9	**-6,-6**

Ejemplo: Batalla de los sexos. Dos equilibrios de Nash en estrategias puras[1].

El criterio no es concluyente para resolver el juego. Una pareja debe decidir que hacer el viernes en la noche. El prefiere box y ella ópera, pero cualquiera de los dos prefiere salir con su pareja que salir solo, aunque claro, prefiere ver con su pareja su espectáculo preferido. El tema es que cada uno debe sacar la entrada sin consultar con su pareja.

Juego: Batalla de los Sexos

		Ella	
		Box	Opera
El	Box	**2,1**	0,0
	Opera	0,0	**1,2**

Box-Box y Opera-Opera constituyen dos equilibrios de Nash en estrategias puras. No son equilibrios en estrategias dominantes pues el equilibrio depende de la estrategia jugada por el otro. Son equilibrios en tanto una vez alcanzado este resultado ninguno de los dos tiene interés unilateral en desviarse.

Ejemplo: “Piedra-tijera-papel”. No existe equilibrio de Nash en estrategias puras.

Para poder obtener una solución se deben introducir estrategias mixtas. (Recordar que en este juego infantil: la tijera corta el papel, el papel envuelve la piedra y la piedra desafila la tijera).

Juego: Piedra-Tijera-Papel

		Jugador 2		
		Piedra	Tijera	Papel
	Piedra	0,0	1,-1	-1,1
	Tijera	-1,1	0,0	1,-1
Jugador 1	Papel	1,-1	-1,1	0,0

Relación entre los conceptos de equilibrio de Nash y otros antes manejados

1. Una estrategia de equilibrio de Nash nunca está estrictamente dominada.

Si una estrategia de un jugador está estrictamente dominada por otro otra estrategia, el jugador tiene interés de desviarse y utilizar esta segunda. Por el contrario, una estrategia de equilibrio de Nash no es necesariamente dominante, pero si una estrategia débilmente dominante. Esto quiere decir que la estrategia jugada en el equilibrio es al menos tan buena como otra jugada, dadas las estrategias jugadas por los demás jugadores en el equilibrio considerado, pero no necesariamente en relación a todos los comportamientos posibles.

2. Si un jugador tiene una estrategia estrictamente dominante, debe jugarla necesariamente en un equilibrio de Nash.

[1] Más adelante se introduce el concepto de estrategias mixtas.

Esto quiere decir que si cada uno de los jugadores tiene una estrategia estrictamente dominante, entonces el equilibrio hallado por eliminación de estrategias estrictamente dominadas coincide con el equilibrio de Nash.

3. Si cada jugador tiene una estrategia dominante en sentido débil y la utiliza, se obtiene un equilibrio de Nash. Sin embargo, pueden existir equilibrios dónde algún jugador no utilice una estrategia débilmente dominante, en caso de existir una.

2.4 OPTIMALIDAD EN EL SENTIDO DE PARETO

Un resultado *x* es dominado en el sentido de Pareto si $u_i(y) > u_i(x) \quad \forall i \in N$, siendo la desigualdad estricta para al menos un jugador. Un resultado es óptimo en el sentido de Pareto si no es Pareto dominado por ningún otro resultado.

El ejemplo del dilema del prisionero muestra que un equilibrio de Nash puede ser dominado en el sentido de Pareto. Dicho de otro modo, en el equilibrio de Nash nadie tiene incentivo para desviarse unilateralmente, pero todos pueden beneficiarse de un desvío coordinado y simultáneo.

Si hay varios equilibrios de Nash, el criterio de la dominancia en el sentido de Pareto puede ser un criterio para decidir entre posibles equilibrios. No obstante la situación usual en teoría de juegos es que ningún equilibrio domina a otro en el sentido de Pareto. El ejemplo de la batalla de los sexos ilustra esta situación.

2.5 LAS CORRESPONDENCIAS DE MEJOR RESPUESTA (TÉCNICO)

La correspondencia de mejor respuesta φ_i está definida de $X_{-i} \to X_i$ por: $\varphi_i(x_{-i}) = \{x_i \in X_i \ tq \ u_i(x_i, x_{-i}) \geq u_i(x_i', x_{-i}), \forall x_i' \in X_i\}$. Donde $\varphi_i(x_{-i})$ es un subconjunto de estrategias de i eventualmente vacío. Se pueden reunir las mejores respuestas de todos los jugadores definiendo la correspondencia φ de $X \to X$ por: $\varphi(x) = \{\varphi_1(x_{-1}),...\varphi_i(x_{-i})...\varphi_n(x_{-n})\}$.

Por definición, en el equilibrio cada uno utiliza una mejor respuesta. Mas precisamente x^* es un equilibrio de Nash solamente si satisface: $u_i(x^*) \geq u_i(x_i', x_{-i}^*) \ \forall i \ \ \forall x_i \ \ \Leftrightarrow x^* \in \varphi(x^*)$.

Se obtiene así una caracterización de los equilibrios de Nash mediante la correspondencia de las mejores respuestas: $x^* \ es \ un \, equilibrio \ de \ Nash \ \Leftrightarrow x^* \in \varphi(x^*)$.

2.6 EXISTENCIA DEL EQUILIBRIO DE NASH (TÉCNICO)

Las correspondencias de mejor respuesta juegan un rol importante en la demostración de la existencia del equilibrio (teorema de Nash). En términos matemáticos, los equilibrios son puntos fijos de la correspondencia. Esta caracterización permite demostrar la existencia del equilibrio utilizando los teoremas de punto fijo de Brouwer (para las funciones) o Kakutani (para las correspondencias)

2.7 ESTRATEGIAS MIXTAS

Los juegos finitos no cumplen con las hipótesis del teorema de Nash y por lo tanto no es posible probar la existencia del equilibrio. Más aún, hemos visto ejemplos de juegos en que el equilibrio no existía en estrategias puras (juego de piedra-tijera-papel). En estos casos se recurre al concepto de estrategia mixta.

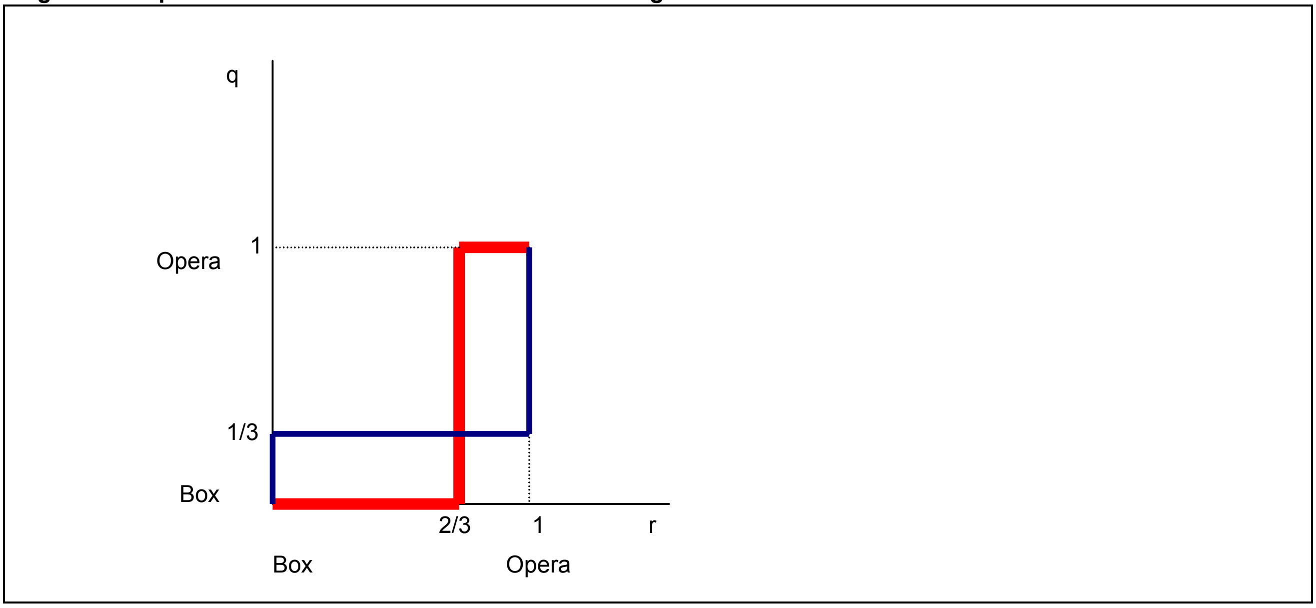
Una estrategia mixta es una distribución de probabilidad que indica la probabilidad con que se juega cada estrategia pura.

Si consideramos un juego finito y consideramos las estrategias mixtas posibles, se cumplen las hipótesis del teorema de Nash y se comprueba que existe necesariamente un equilibrio de Nash.

En el ejemplo de la batalla de los sexos, se interpreta una estrategia mixta como la representación de la incertidumbre que cada jugador tiene de lo que el otro jugador realizará. EL tiene una estrategia mixta que es *(q,1-q)* dónde *q* es la probabilidad que EL le asigna a jugar Box. Paralelamente *(r,1-r)* es la estrategia mixta de ELLA, dónde *r* es la probabilidad que ELLA asigna a jugar Box. Nótese que las estrategias puras se pueden representar como una estrategia mixta dónde *q* o *r* toman los valores 1 o 0.

Si EL juega la estrategia mixta *(q,1-q)* el valor esperado por ELLA es $2q+2(1-q)=2-2q$ al elegir Opera y $1q+0.(1-q)=q$ al elegir Box. Así, si $q>\frac{2}{3}$ entonces la mejor respuesta es Opera y si es menor la mejor respuesta es Box. De forma similar se muestra que si $r>\frac{1}{3}$ la mejor respuesta de EL es Opera y si es menor entonces es Box.

Figura 7: Representación batalla de los sexos en estrategias mixtas



Entonces a los dos equilibrios existentes en estrategias puras (que se pueden representar como *q=1,r=1 y q=0 y r=0*), se le agrega el equilibrio (*q=2/3, r=1/3*)

Las líneas coloreadas son las correspondencias de mejor respuesta. Las intersecciones muestran los equilibrios de Nash en estrategias mixtas.

2.8 TOMAR EN CUENTA EL TIEMPO Y LA INFORMACIÓN

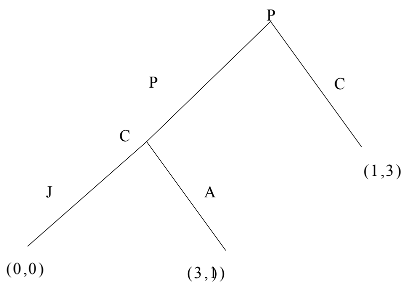
Para analizar juegos en que los participantes juegan en distintos momentos del tiempo, lo más adecuado es utilizar la representación del juego en forma extensiva.

De cualquier manera se sabe toda forma extensiva tiene su representación de forma normal, por lo que debe establecerse la relación entre los equilibrios de Nash que se obtienen en la forma normal y las soluciones del juego en forma extensiva.

La idea es lo que se denomina propiedad de la optimalidad condicional de esa forma normal. Un conjunto de estrategias definen una trayectoria. Si esas estrategias constituyen un equilibrio de Nash, en ningún punto de la trayectoria ningún jugador va a tener interés de desviarse. De esta forma, el equilibrio obtenido en la forma estática (normal) del juego tiene propiedades dinámicas que lo hacen una solución posible del juego en forma extensiva. Sin embargo, la optimalidad condicional no impone ninguna restricción de racionalidad fuera de la trayectoria. Toda estrategia que conduce a esta trayectoria es óptima incluso si especifica estrategias irracionales fuera de esa trayectoria. Por lo tanto puede querer obtenerse estrategias que sean racionales en todos los puntos del árbol. Estas estrategias existen y se pueden obtener. Lo que en definitiva queremos decir es que es posible establecer en los juegos en forma extensiva condiciones de racionalidad más fuertes que el equilibrio de Nash en la forma normal asociada.

Tomemos como ejemplo el juego proveedor-comprador. El juego supone que el proveedor quiere discontinuar una línea de repuestos porque pierde dinero pero tiene compromisos contractuales con su cliente, el que puede entablarle juicio. Así, el proveedor P tiene dos estrategias, continuar la producción C o pararla P. Si la para, el comprador C puede entablar juicio J o abandonar A.

Juego proveedor-comprador (forma extensiva)



Juego proveedor-comprador (forma normal)

		Comprador	
		Juicio	Abandonar
Proveedor	Continuar	**1,3**	1,3
	Parar	0,0	**3,1**

El juego tiene dos equilibrios de Nash, continuar-juicio y parar-abandonar. Hay dos equilibrios pero tenemos la posibilidad de elegir uno de ellos. El equilibrio continuar-juicio se basa en una amenaza no creíble, que es que el comprador entablará juicio en caso de que el proveedor abandone la producción (es no creíble porque no está en su interés ir a juicio en caso de que el proveedor abandone). En este caso se utiliza el contexto para elegir entre dos equilibrios de Nash.

Subjuegos

Definimos subjuego de un juego a todo árbol de juego obtenido a partir de considerar cualquier punto no terminal del árbol inicial como nuevo punto de origen.

Consideremos un equilibrio de Nash (en estrategias puras para simplificar) y un subjuego. Distingamos dos casos:

- El punto inicial del subjuego pertenece a la trayectoria de equilibrio. En este caso las estrategias inducidas por el equilibrio en el subjuego deben ser un equilibrio del subjuego: una desviación beneficiosa en el subjuego lleva a una desviación beneficiosa en el juego global
- El punto inicial del subjuego no pertenece a la trayectoria de equilibrio. En este caso la restricción de las estrategias en este subjuego pueden ser modificadas de cualquier manera sin modificar los pagos ya que las acciones no serán nunca llevadas adelante. Así, ninguna restricción de racionalidad es impuesta fuera de la trayectoria de equilibrio.

En resumen, un equilibrio de Nash induce a un equilibrio de Nash en todos los subjuegos.

Equilibrios (de Nash) perfectos

El equilibrio de Nash especifica acciones que son mejores respuestas las unas a las otras solamente en la trayectoria de equilibrio. El equilibrio de Nash perfecto (o equilibrio perfecto) es un concepto de equilibrio mas restrictivo: especifica las acciones que verifican esta propiedad en todo el árbol del juego, incluso fuera de la trayectoria de equilibrio. Esto permite eliminar todas las amenazas no creíbles.

Se define equilibrio de Nash perfecto a un conjunto de estrategias que generan un equilibrio de Nash en cada subjuego.

Evidentemente el equilibrio perfecto es un equilibrio de Nash ya que el juego entero es un subjuego.

Encontrar el equilibrio perfecto

El procedimiento se denomina inducción hacia atrás. Considero primero los puntos (nodos) que conducen solamente a puntos terminales del juego. Los reemplazo por el resultado del subjuego que comienza en ellos. Esos nodos se convierten ahora en puntos terminales para la segunda etapa del proceso de resolución. Repito el proceso hasta obtener la solución del juego.

Este procedimiento permite obtener un equilibrio al menos y todo equilibrio puede ser obtenido de esta manera. Debe aclararse que este procedimiento define un único equilibrio si un jugador nunca es indiferente entre dos fines de juego. En este caso el procedimiento es exactamente equivalente a la eliminación sucesiva de estrategias estrictamente dominantes, en el sentido de que cada jugador es capaz de prever sin ambigüedad las acciones eliminadas por los otros jugadores desde lo más próximo al fin de la partida hasta el nudo de decisión presente. En caso de indiferencia sobre el fin de la partida este procedimiento puede dar lugar a múltiples equilibrios.

2.9 JUEGOS REPETIDOS

La cuestión en este punto es analizar la posibilidad de que los juegos se repitan y que los jugadores tomen en cuenta esta repetición en la estrategia que elijan jugar. La dirección de la investigación es determinar si la repetición favorece la cooperación entre los jugadores y por lo tanto, si es posible que la repetición favorezca la obtención de resultados Pareto óptimos. En general la respuesta es afirmativa pero depende fundamentalmente de si la repetición es finita o infinita y si existe o no tasa de actualización. Los resultados en esta área se conocen como Teoremas de transmisión oral (*Folk Theorems*) por el hecho de que eran conocidos por todos antes de que nadie se tomara el trabajo de demostrarlos.

El primer elemento a destacar es la multiplicación de equilibrios en el caso de juegos repetidos. Aparecen otros equilibrios además de la repetición del equilibrio del juego de una etapa. Existe una posibilidad en los juegos repetidos que es que los jugadores cooperen en una primera etapa basados en la amenaza de que en la segunda etapa puedan jugar estrategias punitivas. Esto tiene un límite, y es que no se pueden admitir amenazas no creíbles en los juegos; el concepto de equilibrio sigue siendo el de equilibrios perfectos.

3 LOS MODELOS CLÁSICOS DE OLIGOPOLIO

El problema del oligopolista es notoriamente más complicado que el de las firmas competitivas o del monopolista, debido a la relación de interdependencia estratégica que mantiene con las demás empresas.

Estos problemas se resuelven utilizando la teoría de juegos no cooperativos (un juego es no cooperativo en la medida que los jugadores no pueden firmar acuerdos ya que no cuentan con mecanismos que los hagan cumplir; cabe recordar que los carteles están en general prohibidos). El concepto fundamental es el de equilibrio de Nash. En la medida que los mecanismos externos están prohibidos, el acuerdo a que lleguen los jugadores debe contener los mecanismos para que se cumpla (*self enforcing agreement*). Este concepto coincide con el criterio del equilibrio de Nash para los juegos simples de un sólo período, en otras situaciones el concepto es muy parecido.

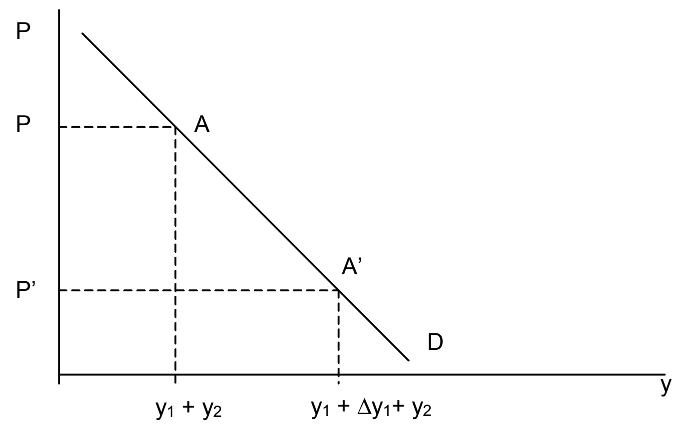
Con la aparición de la teoría de juegos el desarrollo del tema ha sido enorme, no obstante lo cual las distintas vertientes siguen muy vinculadas a los modelos originales.

Supondremos que hay dos empresas (1,2) que enfrentan la demanda de un bien homogéneo $p = p(y)$, donde $y = y_1 + y_2$. Si se parte del punto A, y la empresa 1 decide aumentar la producción sin consultarle nada a la empresa 2, va a disminuir el precio de mercado (para ambas empresas) al haber más cantidad.

La empresa 2 tiene varias posibilidades:

- Puede ajustarse pasivamente a lo que hizo la empresa 1, vendiendo la misma cantidad a P'.
- Puede disminuir su cantidad producida en Δy_1 y así mantener el precio del mercado
- Puede aumentar su producción y así obtener que el precio disminuya aún más, como acción de represalia (presupone la existencia de capacidad ociosa).

Figura 8. Demanda en un mercado oligopólico



Como el precio depende de lo que hagan ambas empresas, el beneficio de cada una va a depender de la producción de ambas:

$$\pi_1(y_1, y_2) = p(y_1, y_2).y_1 - CT_1(y_1)$$
$$\pi_2(y_1, y_2) = p(y_1, y_2).y_2 - CT_2(y_2)$$

3.1 COURNOT: COMPETENCIA EN CANTIDADES

Cada una de las empresas maximiza su beneficio suponiendo que la cantidad producida por su rival permanece constante.

$$\pi_1(y_1, \bar{y}_2) = p(y_1, \bar{y}_2).y_1 - CT_1(y_1)$$
$$\pi_2(\bar{y}_1, y_2) = p(\bar{y}_1, y_2).y_2 - CT_2(y_2)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial \pi_1(y_1, \bar{y}_2)}{\partial y_1} = p + y_1 \frac{\partial p}{\partial y_1} - CMa_1(y_1) = \overbrace{IMa_1(y_1, \bar{y}_2)}^{>IMa(y)} - CMa_1(y_1) = 0$$

$$\frac{\partial \pi_2(\bar{y}_1, y_2)}{\partial y_2} = p + y_2 \frac{\partial p}{\partial y_2} - CMa_2(y_2) = \overbrace{IMa_2(\bar{y}_1, y_2)}^{>IMa(y)} - CMa_2(y_2) = 0$$

Por lo tanto, cada una reconoce que sus cantidades afectan el precio pero la cantidad del rival no afecta la suya: $\frac{\partial p}{\partial y_i} \neq 0, \frac{\partial y_i}{\partial y_j} = 0 \; \forall \; j \neq i$.

La cantidad del mercado será menor a la de competencia perfecta dado que $y_i \frac{\partial p}{\partial y_i} < 0$. Cuanto mayor sea el número de empresas más cerca se estará de la situación competitiva.

$$\frac{\partial \pi_1(y_1, \bar{y}_2)}{\partial y_1} = p + y_1 \frac{\partial p}{\partial y_1} - CMa_1(y_1) = p\left[1 + \frac{y_1}{p}\frac{\partial p}{\partial y_1}\right] - CMa_1(y_1) \xrightarrow{\times \div y} p\left[1 + \frac{y}{y}\frac{y_1}{p}\frac{\partial p}{\partial y_1}\right] = CMa_1(y_1)$$

$$\rightarrow p\left[1 + \frac{1}{\varepsilon} S_1\right] = p\left[1 - \frac{1}{\frac{|\varepsilon|}{S_1}}\right] = CMa_1(y_1)$$

siendo S_1 la participación en el mercado de la empresa 1. Si $S_1 = 1$ se estaría frente a un monopolio de la empresa 1, si $S_1 \approx 0$, el $p \approx CMa$ y se estaría en la situación competitiva.

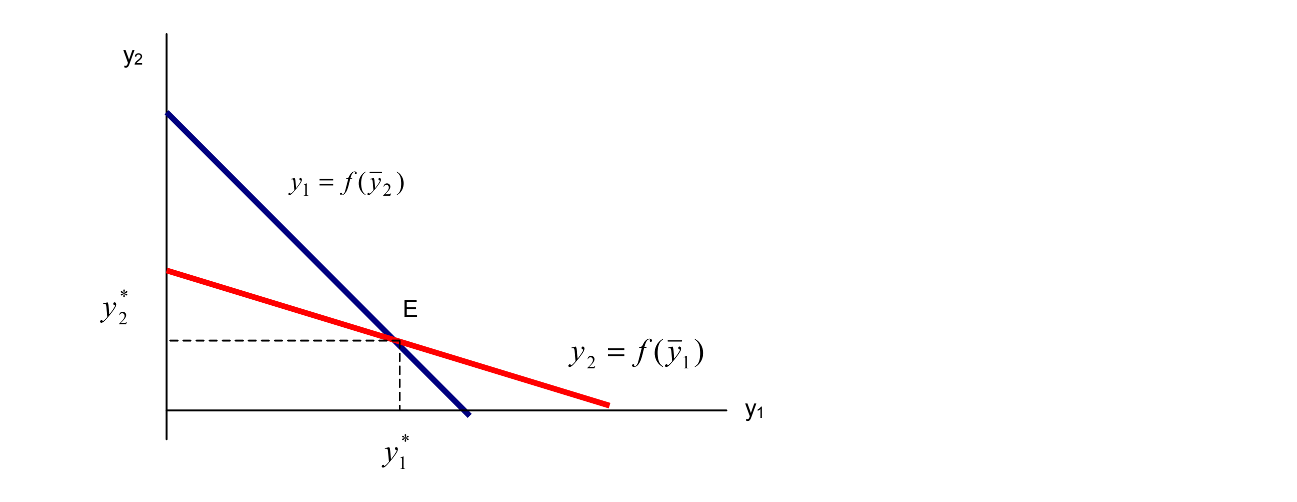
En términos generales, cuanto menor la participación del mercado, más elástica es la demanda a la que enfrentan las empresas ($\frac{|\varepsilon|}{S_1}$).

Si se tuviera una forma funcional de *y* se podría despejar y_1 en función de y_2, y viceversa.

$$IMa_1(y_1, \bar{y}_2) = CMa_1(y_1) \rightarrow y_1 = f(\bar{y}_2)$$
$$IMa_2(\bar{y}_1, y_2) = CMa_2(y_2) \rightarrow y_2 = f(\bar{y}_1)$$

Dichas funciones, denominadas funciones de reacción, muestran cómo tiene que responder una empresa ante los cambios en la producción de la empresa competidora, de manera de seguir cumpliendo con las condiciones de primer orden de maximización de beneficios.

Figura 9. Equilibrio a la Cournot



El punto E es el equilibrio de Cournot, combinación óptima de productos (y_1^*, y_2^*), dado que la elección de cada empresa es la elección maximizadora de beneficios dadas las expectativas sobre la conducta de la otra empresa, y a su vez, las expectativas de cada una sobre la conducta de la otra empresa se ven confirmadas por su conducta real.

3.2 BERTRAND: COMPETENCIA EN PRECIOS

En el modelo (paradoja) de Bertrand los duopolistas compiten por precio. Dos empresas producen productos idénticos que son sustitutos perfectos en la función de utilidad de los consumidores. Por lo tanto estos comprarán el producto a aquella empresa que cobre un precio menor.

Supongamos que si cobran el mismo precio la demanda se divide entre ambas en partes iguales (supuesto que de cambiarse no cambia los resultados), y que las dos empresas pueden satisfacer toda la demanda (no hay restricciones de capacidad). Por otra parte, las dos firmas tienen costos marginales constantes (rendimientos constantes a escala) e iguales entre ellas.

La solución del modelo es la misma que la solución competitiva. Cada duopolista sabe que si fija su precio levemente por debajo del precio de la otra firma se quedará con todo el mercado. La estrategia adecuada es entonces, fijar el precio levemente por debajo del precio del otro duopolista. Pero el otro duopolista tendrá la misma estrategia. El resultado es que ambos bajarán su precio hasta que sea igual al costo marginal.

$$p = f(y) = f(y_1 + y_2)$$
$$\pi_i(y_i) = py_i - CT_i(y_i)$$
$$\frac{\partial \pi_i(y_i)}{\partial y_i} = p - CMa_i(y_i) = 0 \rightarrow p = CMa_i(y_i)$$

Si las empresas tienen un poder de mercado similar no les conviene iniciar una guerra de precios ya que podrían obtener mayores beneficios, por ejemplo haciendo acuerdos, etc. Pero si las empresas tienen un poderío distinto, esta puede ser una buena estrategia de la empresa más poderosa para desplazar a otras empresas del mercado.

La limitación del modelo es que no hay equilibrio si se trabaja con rendimientos decrecientes a escala.

3.3 STACKELBERG: LIDERAZGO EN CANTIDADES

Para Stackelberg las empresas duopólicas toman sus decisiones secuencialmente. En este modelo, existe una firma líder que decide la cantidad a producir, y luego el seguidor observa la cantidad producida por el líder y decide la suya. Las dos firmas producen de acuerdo a sus planes y el precio se determina según la demanda del mercado.

El modelo supone que el líder conoce la función de costos del seguidor. En este sentido no hay problemas de información asimétrica relevantes (el seguidor puede no conocer la función de costos del líder, pero esto no influye en la solución del modelo). La solución del modelo se basa en que el líder es capaz de prever con precisión la reacción del seguidor ante cada posible nivel de producción que él decida.

En la medida que ambos conocen la función de demanda es posible saber para el nivel conjunto de producción, cuál será el precio de mercado. Debe notarse que la solución del modelo depende de forma crucial en los supuestos informacionales: el líder conoce la función de costos del seguidor y tanto el líder como el seguidor conocen la función de demanda.

Supongamos que la firma 2 es la seguidora y la 1 es la líder. Desde el punto de vista del seguidor la cantidad de producción del líder está predeterminada y constituye por lo tanto un dato. El seguidor maximizará beneficios, eligiendo y_2 donde el ingreso marginal iguala al costo marginal.

$$\pi_2(\bar{y}_1, y_2) = p(\bar{y}_1, y_2).y_2 - CT_2(y_2)$$

$$\frac{\partial \pi_2(\bar{y}_1, y_2)}{\partial y_2} = p + y_2 \frac{\partial p}{\partial y_2} - CMa_2(y_2) \rightarrow IMa_2(\bar{y}_1, y_2) = CMa_2(y_2) \rightarrow y_2 = f(\bar{y}_1)$$

Por lo tanto, un empresa seguidora está sobre su función de reacción, ya que siempre actúa pasivamente.

El líder incorpora esta información al resolver su problema de maximización, conocido como el problema del líder.

$$\begin{aligned} &Max. \quad \pi_1(y_1, y_2) = p(y_1 + y_2)y_1 - CT_1(y_1) \\ &sujeto\, a \quad y_2 = f(\bar{y}_1) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \pi_1(y_1, f(\bar{y}_1))}{\partial y_1} = IMa_1(y_1, f(\bar{y}_1)) - CMa_1(y_1) = 0 \rightarrow IMa_1(y_1) = CMa_1(y_1)$$

En este modelo, el aspecto clave es que el líder tiene la capacidad de comprometerse a una estrategia y publicitarla adecuadamente antes de que el rival juegue. La cuestión es, ¿porqué el seguidor no juega otra estrategia distinta? No es creíble que lo haga. La solución encontrada es la única que constituye un equilibrio perfecto en subjuegos (no admite amenazas no creíbles).

En este modelo se pueden llegar a distintas soluciones:

- Si la empresa líder quiere ser líder y la seguidora quiere ser seguidora, se llega al equilibrio según el modelo de Stackelberg.
- Si las dos empresas quieren ser seguidoras, la solución es el modelo de Cournot.
- Si las dos empresas quieren ser líderes, porque de esta forma obtienen mayores beneficios, ninguna estará sobre su función de reacción ni maximizando beneficios. Puede ocurrir que una empresa termine sometiendo a otra, o si ambas son muy poderosas podrían coludir y funcionar como un monopolio.

3.4 LIDERAZGO EN PRECIOS O ESQUEMA DOMINANTE

El modelo de liderazgo en la elección del precio indica que si el líder fija el precio, el seguidor considerará este precio como un dato. En la medida que el producto es homogéneo y no hay discriminación, no puede haber dos precios distintos.

Supongamos que el líder ha fijado el precio *p* y que el seguidor lo considera dado y elige el nivel de producción que maximiza su beneficio.

$$Max.\ \pi_2(y_2) = py_2 - CT_2(y_2)$$

$$\frac{\partial \pi_2(y_2)}{\partial y_2} = p - CMa_2(y_2) = 0 \rightarrow p = CMa_2(y_2) = S(p)$$

Por lo tanto, el seguidor se comporta como en el modelo competitivo y S(p) es la curva de oferta del seguidor.

El líder adelanta la reacción del seguidor (cantidad producida) para cada posible precio que él decida, por lo que la cantidad de producción que venderá el líder será:

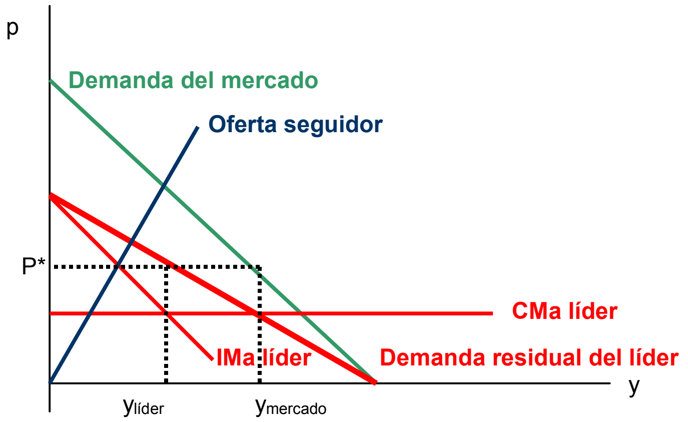
$$DR(p) = D(p) - S(p)$$

donde DR es la demanda residual del líder. Si para simplificar suponemos que el líder tiene costos marginales constantes *c*, su problema de maximización de beneficios es:

$$Max.\ \pi_1(p) = (p-c)\left[D(p) - S(p)\right] = (p-c)DR(p)$$

A continuación se presenta el problema en términos gráficos, donde se observa que el líder iguala el ingreso marginal, asociado a la demanda residual, con su costo marginal, determina el precio, a ese precio fija la cantidad óptima que debe ofrecer ($y_{líder}$) y la demandada por el mercado. El seguidor producirá la diferencia entre la demanda y la cantidad ofrecida por el líder.

Figura 10. Liderazgo en precios



Desde el punto de vista estratégico, el juego es el mismo que Stackelberg, donde la variable de elección del líder es el precio.

3.5 COLUSIÓN (CARTEL O MONOPOLIO COMPARTIDO)

Si las empresas se ponen de acuerdo para determinar el nivel de producción que maximice los beneficios total de la industria se dice que constituyen un cartel. En ese caso, las empresas no compiten sino que coluden, actuando como un monopolista.

El problema de maximización conjunto es:

$$Max.\pi(y_1+y_2)=p(y_1,y_2)(y_1+y_2)-CT_1(y_1)-CT_2(y_2)$$

Las condiciones de optimalidad son:

$$\frac{\partial\pi(y_1+y_2)}{\partial y_1}=y\frac{\partial p}{\partial y}\underbrace{\frac{\partial y}{\partial y_1}}_{=1}+p\underbrace{\frac{\partial y}{\partial y_1}}_{=1}-CMa_1(y_1)=IMa(y)-CMa_1(y_1)=0\rightarrow IMa(y)=CMa_1(y_1)$$

$$\frac{\partial\pi(y_1+y_2)}{\partial y_2}=y\frac{\partial p}{\partial y}\underbrace{\frac{\partial y}{\partial y_2}}_{=1}+p\underbrace{\frac{\partial y}{\partial y_2}}_{=1}-CMa_2(y_2)=IMa(y)-CMa_2(y_2)=0\rightarrow IMa(y)=CMa_2(y_2)$$

$$\rightarrow IMa(y)=CMa_1(y_1)=CMa_2(y_2)$$

La solución es similar a si existiese un monopolista con dos plantas. Si los costos son iguales se reparten los beneficios monopolísticos, si son distintos la producción de cada firma queda determinada por las condiciones de optimalidad anteriores.

El problema principal que presentan los carteles es que existe un incentivo a violar el acuerdo.

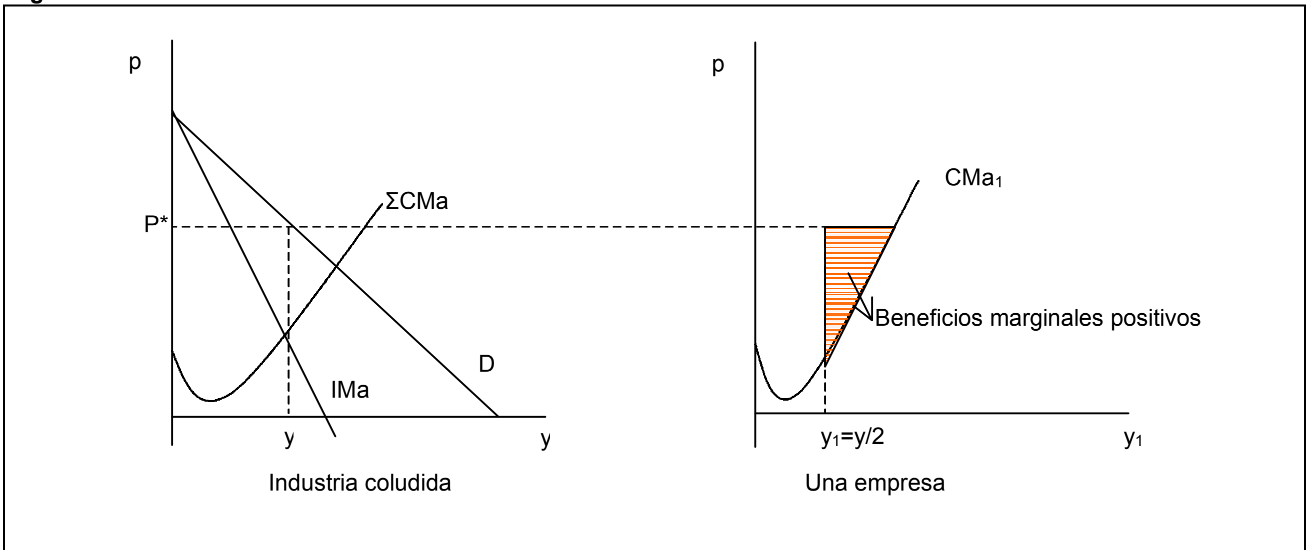
$$\frac{\partial \pi(y_1 + y_2)}{\partial y_1} = y\frac{\partial p}{\partial y} + p - CMa_1(y_1) = y_1\frac{\partial p}{\partial y} + y_2\frac{\partial p}{\partial y} + p - CMa_1(y_1) = 0$$

$$\rightarrow \underbrace{y_1\frac{\partial p}{\partial y} + p - CMa_1(y_1)}_{Beneficio\ marginal\ de\ la\ empresa\ 1} = -y_2\underbrace{\frac{\partial p}{\partial y}}_{<0} > 0$$

Por lo tanto, la violación del acuerdo por parte de la empresa, aumentado unilateralmente la cantidad, la lleva a obtener mayores beneficios.

En términos gráficos, en el panel izquierdo se presenta la solución del cartel, se fija la cantidad y el precio de equilibrio igualando ingreso marginal con costo marginal como si hubiese un monopolio. Si las empresas se reparten el mercado, porque tiene los mismos costos, cada una va a tener incentivo a aumentar la cuota pactada dado que los beneficios marginales de hacerlo son positivos (área sombreada).

Figura 11. Incentivo a violar un acuerdo colusivo



Hay que tener en cuenta que si la empresa 1 viola el acuerdo, la empresa 2 no podrá colocar toda la producción de su cuota, pudiendo romper el acuerdo, disminuir su producción o renegociar.

Para sobrevivir, el cartel deberá tener mecanismos para detectar y castigar los desvíos. En este sentido, se afirma que para prevenir el cartel no es necesario con que exista una Agencia *Antitrust*, sino que es suficiente con que exista una legislación que no extienda la necesidad de cumplimiento de los compromisos a los acuerdos de cartelización.

3.6 COMPARACIÓN (EN RELACIÓN AL BIENESTAR) DE LOS MODELOS CLÁSICOS DE DUOPOLIO

A los efectos de comparar los distintos modelos presentados anteriormente, se calculan las cantidades producidas por cada firma, el precio de mercado y los beneficios resultantes, para el siguiente ejemplo:

$$p = a - by$$
$$Dupolio,\ i = 1{,}2$$
$$CT_1(y_1) = CT_2(y_2) = 0$$
$$CMa_1(y_1) = CMa_2(y_2) = 0$$

Figura 12. Comparación entre los modelos de oligopolio

Modelo	Q1	Q2	Q	P	Π_1	Π_2	Π
Bertrand	a/2b	a/2b	a/b	0	0	0	0
Cournot	a/3b	a/3b	2a/3b	a/3	$a^2/9b$	$a^2/9b$	$2a^2/9b$
Stackelberg (cantidades)	a/2b	a/4b	3a/4b	a/4	$a^2/8b$	$a^2/16b$	$3a^2/16b$
Colusión	a/4b	a/4b	a/2b	a/2	$a^2/8b$	$a^2/8b$	$a^2/4b$

Con los resultados anteriores se puede concluir que:

- En Cournot y Stackelberg se produce más que en monopolio (colusión) en tanto existe cierta competencia entre las firmas, aunque menos que en competencia (Bertrand) pues la competencia no es perfecta.
- El precio menor se da en la situación competitiva y el mayor en la situación monopólica.
- En el modelo de Bertrand se llega a una asignación eficiente (es la misma asignación que en competencia). La situación de colusión es la que más se aleja de la competencia.
- En Cournot la situación es más próxima al monopolio que en Stackelberg. O visto desde la otra perspectiva, Stackelberg está más próximo a la competencia. El resultado desde el punto de vista social es que es menos ineficiente que los duopolistas sean competidores de Stackelberg a que sean competidores de Cournot.
- Es mejor para la empresa ser líder de Stackelberg a ser competidor de Cournot, y esta última opción a ser seguidor de Stackelberg. Para hacer esta comparación se deben comparar los beneficios de cada firma.

4 EXTENSIÓN Y DISCUSIONES

4.1 COMPETENCIA DE CORTO PLAZO

En el caso de Bertrand las firmas compiten por precios y eligen simultáneamente, esto es, las empresas eligen el precio que han de cobrar antes de observar el precio que cobra el otro. Se supone que cada una de las firmas anticipa el precio que la otra ha de cobrar. La solución del juego es un equilibrio de Nash es un par de precios tales que cada firma maximiza su beneficio dado el precio de la otra firma. A veces se conoce el resultado como equilibrio de Bertrand; para ser precisos Bertrand define el juego de competencia en precios y el equilibrio encontrado es de Nash.

En la paradoja de Bertrand, las dos empresas producen productos idénticos que son sustitutos perfectos en la función de utilidad de los consumidores. Por lo tanto, estos comprarán el producto a aquella empresa que cobre un precio menor. Suponemos que si cargan el mismo precio la demanda se divide entre ambas en partes iguales (supuesto que de cambiarse no cambia los resultados). Las dos empresas pueden satisfacer toda la demanda (no hay restricciones de capacidad). Por otra parte las dos firmas tienen costos marginales constantes (rendimientos constantes a escala) e iguales entre ellas. El único equilibrio de Nash que hay en este juego es que ambas empresas vendan al mismo precio, y que este precio sea igual al costo marginal, y por lo tanto no tienen beneficios positivos. La paradoja viene en el sentido de que es difícil de creer que pocas empresas en un mercado no sean capaces de manipular el precio de mercado de modo de obtener beneficios positivos.

Si los costos entre las empresas no son simétricos los resultados ya no son válidos. En esta situación se pueden dar dos casos, por una parte que el precio de monopolio de la firma más eficiente sea menor al costo marginal de la firma ineficiente, con lo que cobrará este precio de monopolio dejando a la firma ineficiente fuera del mercado. El segundo caso es que el precio de monopolio sea mayor que el costo marginal de la segunda firma y la firma eficiente cobrará un precio igual al costo marginal de la firma ineficiente (menos ε) y se quedará con todo el mercado y hará los mayores beneficios posibles. En este caso se está fuera de la situación competitiva. Cuanto más próximos estén los costos marginales de las empresas, más próximo se estará a la situación competitiva.

Intentos de solucionar la paradoja de Bertrand:

- La solución de Edgeworth

Introduce restricciones de capacidad, por las que las firmas no pueden vender más de lo que son capaces de producir, y que en ningún caso alcanza para cubrir la demanda de mercado. La cuestión es si el par de precios iguales e idénticos a los costos marginales (con los que las empresas llegan a una situación de beneficios nulos) es aún un equilibrio de Nash.

Si una de las empresas aumenta su precio por encima del costo marginal, toda la demanda se dirigirá a la otra empresa que tiene un precio menor. No obstante esta segunda empresa no podrá satisfacer toda la demanda y la primera enfrentará entonces una demanda residual a la que le podrá cobrar un precio mayor al costo marginal y por lo tanto hará beneficios positivos. Evidentemente esta situación es mejor a la de cargar el costo marginal y por lo tanto la solución de Bertrand no es ya un equilibrio de Nash.

La cuestión es si este supuesto de restricciones en al capacidad es relevante empíricamente, y la respuesta es que es probablemente correcto. Las empresas no es razonable que acumulen capital (capacidad) de modo de poder enfrentar una guerra de precios que los lleve a obtener beneficios nulos.

Las restricciones de capacidad son un ejemplo especial de la existencia de retornos a escala decrecientes en la producción (el costo marginal es constante hasta la capacidad y luego se vuelve infinito).

- La dimensión temporal

Este aspecto se refiere a que el supuesto manejado de que el juego se juega una sola vez es poco realista. En un juego en que el juego de Bertrand se repita podría pensarse en un equilibrio compuesto por un par de precios iguales cobrados por las firmas pero mayores al costo marginal. En un juego repetido, la firma deberá evaluar la posibilidad de ganar en el corto plazo cobrando por debajo del precio de la otra firma respecto de las pérdidas que en el largo plazo se le ocasionan por entrar en una guerra de precios. Se pueden esperar comportamientos más colusivos que en Bertrand debido a la amenaza de entrar en una guerra de precios.

- Diferenciación de productos

Cuando los consumidores perciben los productos producidos por las firmas como distintos entonces se abre un espacio para cobrar distinto. La diferenciación de productos proviene de fuentes diversas e incluyen situaciones en que se produzcan bienes idénticos pero en ubicaciones geográficas distintas. En todos los casos se llega a una situación en la que los precios pueden ser distintos entre si y son distintos al costo marginal.

4.2 COLUSIÓN Y JUEGOS NO COOPERATIVOS

En los casos en que existe colusión, la teoría de juegos no cooperativos sigue siendo útil. Colusión y comportamiento no cooperativo no son inconsistentes. Hay tres formas de analizar la colusión con relación a la teoría de juegos no cooperativos. La primera supone la existencia de altruismo y la función de utilidad de ciertos agentes se incorpora en la de otro agente. La segunda es suponer que los agentes cambian las reglas del juego y se ponen de acuerdo en jugar otro juego ya que el anterior está resultando desastroso para ambos. En el nuevo juego los jugadores se ponen de acuerdo en abandonar la competencia. Estas dos alternativas parecen poco interesantes ya que el altruismo es rara vez observado en el comportamiento de las empresas y la cartelización está generalmente prohibida. La tercera razón es la mas interesante, y es analizar el oligopolio en un marco de juegos dinámicos repetidos durante muchos períodos. En estos casos puede existir una estrategia que consista jugar una acción de cooperación hasta que el otro no viole el acuerdo, y si el otro viola el acuerdo pasar a una competencia a la Cournot.

En la realidad, muchas industrias muestran períodos de guerra de precios y períodos de ausencia de la misma. Podría pensarse que durante ciertos períodos existe competencia a la Bertrand y períodos de otro tipo de comportamiento, asociable incluso a un comportamiento colusivo. Las ideas manejadas antes no son suficientes para explicar estos comportamientos. Un modelo explicativo de estos comportamientos lo ofrece el artículo de Green y Porter (1984).

4.3 INVERSIÓN EXANTE Y COMPETENCIA EN PRECIOS EXPOST

El modelo de Cournot parece en principio poco intuitivo, en el sentido de que es mucho más razonable de que las empresas compitan por precios que por cantidades. Por otra parte, el modelo de competencia en precios es demasiado simplista en tanto se supone que las empresas eligen el precio de modo de vender exactamente lo que su capacidad les permite producir.

Un aporte importante es el de Kreps y Scheinkman (1983), que modelan el proceso de forma más realista a través de la realización de un juego en dos etapas; en la primer etapa del juego, las empresas eligen al capacidad de producción de forma simultánea; en la segunda etapa del juego, las empresas eligen de forma simultánea el precio, habiendo observado ambas empresas la capacidad elegida por la otra.

El resultado interesante es que el resultado de este juego es equivalente al del juego de una sola etapa en que las firmas eligen las cantidades a producir (Cournot). Cournot fue muchas veces criticado por la falta de realismo en el juego de competencia en cantidades; la comprobación de Kreps es que el juego de Cournot no es más que la forma reducida del juego en dos etapas de elección de capacidad y de precios que cuenta con una dosis de intuición y realismo notoriamente mayor, en tanto separan decisiones que son claramente de corto plazo (elección del precio) de elecciones de mediano o largo plazo (elección de la capacidad)[2].

4.4 REFLEXIÓN SOBRE COMPETENCIA A LA STACKELBERG

El juego supone dos momentos del tiempo. No obstante, puede representar una cierta situación estratégica en que las decisiones son simultáneas y el líder tiene la capacidad de comprometerse a actuar como tal y lo comunica adecuadamente a la otra firma. El tema central acá es la capacidad de comprometerse del líder. Si esta capacidad no es tal, entonces todos saben que el líder puede desviarse de la conducta anunciada y se cuestionarán, con razón, ¿no será el anuncio del líder más que un *bluff*? Entonces se deberán preguntar si el líder tiene interés en desviarse de su decisión o no. La respuesta es que efectivamente el líder tiene interés en desviarse y por lo tanto el seguidor jugará la estrategia de Cournot y el autodeclarado líder hará lo mismo.

Este caso ejemplifica el hecho de que poseer más información no necesariamente es mejor para un jugador que enfrenta una relación estratégica. En el juego de Stackelberg, la firma seguidora observa la cantidad jugada por el líder.

En resumen, la cuestión clara es la capacidad del líder de comprometerse a si mismo. De lograrlo, obtendrá un beneficio mayor que de no poder hacerlo.

[2] El lector interesado puede continuar esta discusión en el texto de organización industrial de Tirole.

La cuestión para analizar la significación de este modelo es determinar el mecanismo que tiene el líder para "atarse las manos", esto es, qué mecanismos de compromiso tiene disponibles (*commitment mechanism*). Además cabría preguntarse, por qué estos mecanismos están disponibles para él y no para los demás jugadores.

En la literatura hay muchos ejemplos de modelos dónde se manejan mecanismos de compromiso creíbles, pero que están disponibles para todos los jugadores y no solamente para el líder. A modo de ejemplo, la inversión es un mecanismo de compromiso, en tanto significa una decisión de permanecer en el mercado y de producir una cierta cantidad.

5 REFERENCIAS

Demange, G. Y Ponssard, J. Theorie des jeux et analyse economique. *Presses Universitaires de France. 1994*

Eichberger, J. Game Theory for Economists. *Academic Press, Inc. 1993.*

Fundenberg y Tirole. Game Theory. *MIT Press.1992.*

Gibbons. Un primer curso de teoría de juegos. *Antoni Bosh, 1993.*

Hirshleifer y Hirshleifer. Microeconomía, teoría de precios y su aplicación*. Pearson.*

Kreps. A course in Microeconomic theory. *Princeton.*

Kreps y Scheinkman (1983) "Quantity Precommitment and Bertrand Competition Yield Cournot Outcomes" Bell Journal of Economics 14.

Mas-Collel, Whinston y Green. Microeconomic Theory. *Oxford University Press.*

Nicholson, W. Teoría Microeconómica. Sexta Edición. McGraw-Hill

Tirole, J. The Theory of Industrial Organisation.. *The MIT Press. 1988.*

Varian, H. Microeconomía intermedia Cuarta Edición. *Antoni Bosh 1998.*

Wolfstetter, E. Topics in microeconomics. *Cambridge University Press.1999.*