

## Octavo juego de ejercicios

1. Considere un individuo que vive dos períodos. En el primer período recibe un ingreso laboral  $W$ , consume  $c_1$  y lo ahorrado lo capitaliza a una tasa de interés  $r$ . Su restricción presupuestal es entonces:  $c_1 + c_2/(1+r) = W$ . Al decidir el consumo del primer período no sabe cuál va a ser la tasa de interés. En el período 1, el individuo formula un plan de consumo para los dos períodos. Diga si las siguientes sentencias son verdaderas o falsas:

- El individuo debe formular un plan de consumo contingente para ambos períodos. En otras palabras, ambos consumos son variables aleatorias.
- El individuo debe formular un plan de consumo en el que el consumo del primer período es cierto y el del segundo período es contingente a la realización del shock de tasa de interés.
- El individuo debe formular un plan de consumo en el que el consumo del primer período es contingente a la realización del shock de tasa de interés y el del segundo período es cierto.
- El individuo debe formular un plan de consumo cierto (no contingente) para ambos períodos.

2. Considere un individuo que vive dos períodos. En el primer período recibe un ingreso laboral  $W$ , consume  $c_1$  y lo ahorrado lo capitaliza a una tasa de interés  $r$ . Su restricción presupuestal es entonces:  $c_1 + c_2/(1+r) = W$ . Al decidir el consumo del primer período no sabe cuál va a ser la tasa de interés. Sólo sabe que es una variable continua con función de densidad de probabilidad  $f(r)$ . La utilidad esperada es:  $u(c_1) + \beta E[u(c_2)]$ . Derive la ecuación de Euler partiendo de la siguiente versión del lagrangeano:  
$$L = u(c_1) + \beta E[u(c_2)] + E[\lambda(r)(W - c_1 - c_2/(1+r))]$$

3. Considere una versión del modelo de crecimiento óptimo que presentamos en la sección 8.1.1 de las notas de clase en la que hay shocks aleatorios de la productividad del trabajo ( $z$ ). Suponga que el proceso estocástico del shock está gobernado por una cadena de Markov. La tasa de depreciación del capital es 1. La utilidad es logarítmica y la función de producción es Cobb-Douglas:  $f(k(t)) = zk(t)^\alpha$

3.1. Escriba la ecuación de Bellman.

3.2. Derive la ecuación de Euler

3.3. Determine el sendero óptimo del capital. Ayuda: parta de la siguiente conjetura:

$$\pi(k(t), z) = azk(t)^\alpha$$

3.4. Suponga ahora que la tasa de depreciación del capital es menor a 1. ¿Puede derivar una expresión explícita para  $\pi(k(t), z)$ ?

4. Considere una economía de generaciones solapadas, con población constante que vive dos períodos, dotada de una unidad de trabajo en el primer período y sin interés por el ocio. Las preferencias de las familias están dadas por la siguiente función de utilidad:  $U = \ln(c_1^t) + \beta E[\ln(c_2^t)|t]$ . Al elegir el consumo del primer período, las familias conocen su salario ( $w_t$ ), pero no conocen con certeza la tasa de interés ( $r_{t+1}$ ), que dependerá de la realización de un shock de productividad en  $t+1$ . Hay empresas competitivas que

producen con una función de producción Cobb-Douglas:  $Y_t = U_t K_t^a L_t^{1-a}$ , donde  $U_t$  es un shock de productividad. Se sabe que el logaritmo natural del shock de productividad se comporta según el siguiente proceso estocástico:  $\ln(U_t) = g + \varepsilon_t$ , donde  $g$  es una constante y  $\varepsilon_t$  es un ruido blanco.

4.1. ¿Cuál es el efecto de un shock positivo que tiene lugar en el período 0 ( $\varepsilon_0 > 0$ ) en la tasa de crecimiento del producto en los períodos 0, 1 y 2? (Para aislar los efectos de este shock, suponga que  $\varepsilon_t = 0$  para todo  $t$  distinto de 0).

4.2. ¿Cuál es el efecto de este shock que tuvo lugar en el período 0 sobre el producto a largo plazo?

5. Para los economistas del “real business cycle”, las fluctuaciones económicas son procesos de ajuste óptimos frente a shocks estocásticos. En particular, las fluctuaciones del empleo que se observan a lo largo del ciclo económico constituyen la respuesta de los trabajadores frente a las cambiantes condiciones del mercado de trabajo. Desde esta perspectiva, la reducción del empleo en las recesiones es una decisión de los trabajadores de aumentar su “consumo de ocio”. ¿Cómo explican los economistas del “real business cycle” la paradoja de que durante las recesiones las familias reducen el consumo de todos los bienes mientras que a la vez aumentan su consumo de ocio?

6. Considere un individuo que vive dos períodos y tiene una función de utilidad  $\ln c_1 + \ln c_2$ . Su ingreso laboral es  $Y_1$  en el primer período y cero en el segundo.

6.1. Determine el consumo óptimo del primer período.

6.2. Suponga ahora que la tasa de interés es incierta. Su valor esperado es igual al de la economía sin incertidumbre. ¿Cómo influye la incertidumbre en la elección del consumo del primer período?

6.3. Suponga ahora que el individuo no tiene ingreso laboral en el primer período y que en el segundo período su ingreso laboral es  $Y_2$ . La tasa de interés es cierta. Determine el consumo del primer período.

6.4. Suponga nuevamente que la tasa de interés es incierta y que el valor esperado de la tasa de interés es el mismo en las economías con y sin incertidumbre. El individuo no recibe ingreso laboral en el primer período y recibe un ingreso laboral de  $Y_2$  en el segundo período. ¿Cómo influye la incertidumbre en la elección del consumo del primer período?

7. Considere una economía en que (i) la población es constante, (ii) la tasa de interés es constante e igual a la tasa subjetiva de descuento ( $\beta R = 1$ ), (iii) las familias tienen una función de utilidad por período cuadrática y hay un shock de preferencias  $v_t$  tal que la utilidad en  $t$  después de haber observado la realización del shock es  $c_t - 0,5(c_t - v_t)^2$ , (iv) el valor esperado del shock de preferencias es cero y se trata de un proceso independiente e idénticamente distribuido en los sucesivos períodos, (v) la familia elige el consumo en  $t$  habiendo observado la realización del shock en  $t$ , (vi) el horizonte es infinito, (vii) la restricción presupuestal es  $c_t + a_{t+1} = R a_t$ ,  $t \geq 0$  (es decir que sólo dispone de ingresos de los activos, no tiene ingresos del trabajo) y en el momento cero se tiene  $a_0 > 0$ , (viii) se cumple la condición de que no hay juego de Ponzi:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a_t / R^t \geq 0.$$

- 7.1. Escriba el programa de optimización de las familias.
- 7.2. ¿Cómo afecta el shock de preferencias a la utilidad marginal del consumo?
- 7.3. Determine la ecuación de Euler
- 7.4. Utilizando la ecuación de Euler y la ley de expectativas iteradas, muestre que se cumplirá que:  $c_t = E_t[c_{t+i}] + v_t$ ,  $i \geq 1$
- 7.5. Determine el consumo óptimo.
- 7.6. Muestre que los activos de la familia y el consumo tienen raíces unitarias.
- 7.7. Analice los efectos de un shock positivo de preferencias en  $t$  sobre la variación del consumo en  $t$  y en todos los períodos siguientes.

**Pauta de respuesta**

1.
  - a) Falso. El consumo del primer período no es contingente a la realización del shock.
  - b) Verdadero. El individuo elige un valor del consumo en el primer período que no puede ser contingente a la tasa de interés, dado que el valor de la tasa de interés no se conoce al decidir este consumo. El consumo del segundo período es en cambio contingente a la tasa de interés. El individuo podrá consumir en su segundo período de vida lo que haya ahorrado en el primer período multiplicado por la tasa bruta de interés:  $c_2 = (W - c_1)(1 + r)$ .
  - c) Falso. Por lo dicho, no puede ser contingente a la tasa de interés el consumo del primer período y en cambio no puede ser cierto el consumo del segundo período.
  - d) Falso. El consumo del segundo período es necesariamente contingente.

2. Este lagrangeano puede escribirse de la siguiente forma:

$$L = u(c_1) + \beta \int_{-\infty}^{+\infty} u(c_2) f(r) dr + \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(r) \left( W - c_1 - \frac{c_2}{1+r} \right) f(r) dr$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial L}{\partial c_1} = u'(c_1) - \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(r) f(r) dr = u'(c_1) - E[\lambda(r)] = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial c_2(r)} = \beta u'(c_2(r)) f(r) - \frac{\lambda(r)}{1+r} f(r) = 0 \quad \forall r$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda(r)} = W - c_1 - \frac{c_2(r)}{1+r} = 0 \quad \forall r$$

Despejamos el multiplicador de la segunda ecuación:

$$\lambda(r) = \beta u'(c_2(r))(1+r) \quad \forall r$$

Usando esta expresión en la primera condición de primer orden obtenemos la ecuación de Euler:

$$u'(c_1) = \beta E[u'(c_2(r))(1+r)]$$

**Nota:** es la misma condición que obtuvimos en clase partiendo de una formulación ligeramente diferente del Lagrangeano.

3.1. La ecuación de Bellman es:

$$V(k, z) = \sup_{y \in [0, zk^\alpha]} \{ \log(zk^\alpha - y) + \beta E[V(y, z')|z] \}$$

Notas:

a)  $k$  representa aquí el capital actual y  $y$  representa el capital del período siguiente.  $z$  es la productividad actual, es decir la realización del shock de productividad hoy. Al

momento de elegir el capital del período siguiente ( $y$ ), conocemos la productividad actual ( $z$ ), pero no conocemos la productividad del período siguiente ( $z'$ ). Conocemos la probabilidad de estar en el período siguiente en el estado  $z'$  dado que hoy estamos en el estado  $z$ .

b) Acemoglu muestra en proposición 17.1 para una clase más general de funciones de producción y de utilidad que las utilizadas en este ejemplo que la función de valor  $V(k, z)$  existe, está definida en forma única, es creciente estrictamente en los dos argumentos, es estrictamente cóncava en  $k$  y diferenciable en  $k$ . También se muestra que existe una única función de política  $\pi(k, z)$  tal que  $k(t+1) = \pi(k(t), z(t))$ .

3.2. La ecuación de Euler estocástica en un caso general tiene la siguiente forma:

$$U_2(x, \pi(x, z), z) + \beta E[U_1(\pi(x, z), \pi(\pi(x, z), z'), z') | z] = 0$$

En este ejemplo tenemos que:

$$U(x, \pi(x, z), z) = \log(c) = \log(zk^\alpha - \pi(k, z))$$

Entonces:

$$U_2(x, \pi(x, z), z) = -\frac{1}{c} = -\frac{1}{zk^\alpha - \pi(k, z)}$$

Un período después tendremos:

$$U(\pi(x, z), \pi(\pi(x, z), z'), z') = \log(c') = \log(z' \pi(k, z)^\alpha - \pi(\pi(k, z), z'))$$

Entonces:

$$U_1(\pi(x, z), \pi(\pi(x, z), z'), z') = \frac{1}{c'} z' \alpha \pi(k, z)^{\alpha-1} = \frac{z' \alpha \pi(k, z)^{\alpha-1}}{z' \pi(k, z)^\alpha - \pi(\pi(k, z), z')}$$

La ecuación de Euler entonces es:

$$-\frac{1}{zk^\alpha - \pi(k, z)} + \beta E \left[ \frac{z' \alpha \pi(k, z)^{\alpha-1}}{z' \pi(k, z)^\alpha - \pi(\pi(k, z), z')} \middle| z \right] = 0$$

3.3. Se sugiere probar la siguiente solución:  $\pi(k(t), z) = azk(t)^\alpha$ , donde  $a$  es un parámetro a determinar. Esta conjetura implica que:

$$\pi(\pi(k, z), z') = az' \pi(k, z)^\alpha$$

Sustituyendo en Euler:

$$-\frac{1}{zk^\alpha - \pi(k, z)} + \beta E \left[ \frac{z' \alpha \pi(k, z)^{\alpha-1}}{z' \pi(k, z)^\alpha - az' \pi(k, z)^\alpha} \middle| z \right] = 0$$

$$\frac{1}{zk^\alpha - \pi(k, z)} = \beta E \left[ \frac{\alpha}{(1-a)\pi(k, z)} \middle| z \right] = \beta \frac{\alpha}{(1-a)\pi(k, z)} = \beta \frac{\alpha}{(1-a)\pi(k, z)}$$

Notar: lo que simplifica mucho las cosas en este ejemplo y permite obtener una solución explícita es que el shock  $z'$  se cancela en la expresión anterior.

Me quedo con los extremos de esta cadena de igualdades y sustituyo la política de inversión sugerida:

$$\frac{1}{zk^\alpha - azk^\alpha} = \beta \frac{\alpha}{(1-a)azk^\alpha}$$

Reordenando términos:

$$\frac{1}{(1-a)zk^\alpha} = \frac{\alpha\beta}{a(1-a)zk^\alpha}$$

La igualdad se verifica si  $a = \alpha\beta$ .

Por lo tanto, la política de inversión será:

$$k(t+1) = \alpha\beta z k(t)^\alpha$$

**Nota:** El resultado es análogo al que obtuvimos en el modelo equivalente bajo certidumbre. La política óptima es elegir el capital del período siguiente como una proporción constante,  $\alpha\beta$ , de la producción de este período. La única diferencia es que ahora la producción del período es aleatoria, porque depende del shock de productividad  $z$ . Esto implica que un mismo capital en  $t$  puede conducir a niveles distintos de capital en  $t+1$  dependiendo de la productividad en  $t$ .

3.4. Si  $\delta < 1$ , entonces la ecuación de Bellman es:

$$V(k, z) = \sup_{y \in [0, zk^\alpha]} \{ \log(zk^\alpha + (1-\delta)k - y) + \beta E[V(y, z') | z] \}$$

$$\rightarrow U_2(x, \pi(x, z), z) = -\frac{1}{c} = -\frac{1}{zk^\alpha + (1-\delta)k - \pi(k, z)}$$

$$U_1(\pi(x, z), \pi(\pi(x, z), z'), z') = \frac{1}{c'} (z' \alpha \pi(k, z)^{\alpha-1} + 1 - \delta) = \frac{z' \alpha \pi(k, z)^{\alpha-1} + 1 - \delta}{z' \pi(k, z)^\alpha + (1-\delta)\pi(k, z) - \pi(\pi(k, z), z')}$$

Entonces la condición de Euler es:

$$-\frac{1}{zk^\alpha + (1-\delta)k - \pi(k, z)} + \beta E \left[ \frac{z' \alpha \pi(k, z)^{\alpha-1} + 1 - \delta}{z' \pi(k, z)^\alpha + (1-\delta)\pi(k, z) - \pi(\pi(k, z), z')} \middle| z \right] = 0$$

La solución que probamos en el punto anterior ya no funciona. No podemos cancelar  $z'$  en el lado derecho y no podemos entonces prescindir del operador esperanza.

4.1. Sabemos que en este modelo el producto sigue el siguiente proceso:

$$y_t = ab + ay_{t-1} + u_t$$

Donde:  $b = \ln\left(\frac{1-a}{2+\theta}\right)$ ;  $u_t = \ln U_t$

Se nos dice que en esta economía  $u_t = g + \varepsilon_t$

De la ecuación del producto:  $\Delta y_t = a\Delta y_{t-1} + \Delta u_t$  y dado lo que sabemos sobre el shock:

$$\Delta y_t = a\Delta y_{t-1} + \Delta u_t = a\Delta y_{t-1} + \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}$$

La tasa de crecimiento en el período menos 1 es cero:  $\Delta y_{-1} = 0$

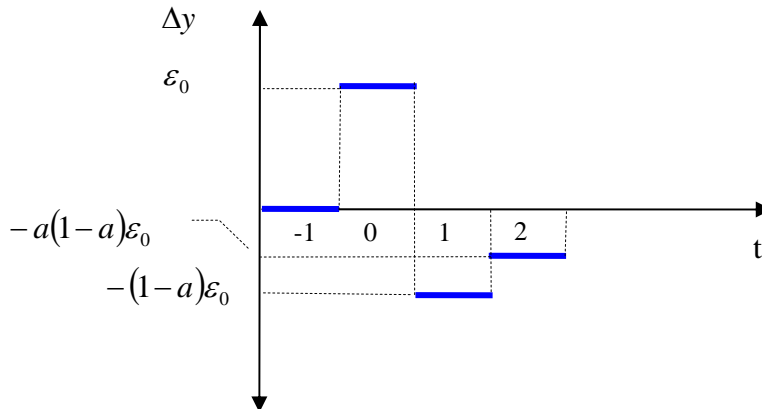
En los períodos siguientes es:

$$\Delta y_0 = a\Delta y_{-1} + \varepsilon_0 - \varepsilon_{-1} = \varepsilon_0$$

$$\Delta y_1 = a\Delta y_0 + \varepsilon_1 - \varepsilon_0 = a\varepsilon_0 - \varepsilon_0 = -(1-a)\varepsilon_0$$

$$\Delta y_2 = a\Delta y_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = -a(1-a)\varepsilon_0$$

Gráficamente:



4.2. El efecto a largo plazo se puede medir por el cambio en el nivel de producto entre el período previo al shock y el futuro remoto:

$$y_T - y_{-1} = y_T - y_{T-1} + y_{T-1} - y_{T-2} + y_{T-2} - y_{T-3} + \dots + y_0 - y_{-1} = \Delta y_T + \Delta y_{T-1} + \dots + \Delta y_0$$

Usando los resultados del punto anterior:

$$y_T - y_{-1} = \Delta y_0 + \dots + \Delta y_{T-1} + \Delta y_T = \varepsilon_0 - (1-a)\varepsilon_0 - a(1-a)\varepsilon_0 - a^2(1-a)\varepsilon_0 - \dots - a^T(1-a)\varepsilon_0$$

Haciendo tender T a infinito:

$$y_\infty - y_{-1} = \varepsilon_0 - (1-a)\varepsilon_0(1 + a + a^2 + \dots) = \varepsilon_0 - \frac{(1-a)\varepsilon_0}{1-a} = 0$$

Notar: este shock sólo tiene efectos transitorios en el producto. El modelo no “genera” raíces unitarias: la ecuación del logaritmo del producto es un proceso autoregresivo con coeficiente  $a < 1$ . Sólo se obtienen efectos permanentes en el producto si se impone que el shock tiene una raíz unitaria. En este ejemplo, supusimos que no lo tiene y concluimos entonces que los efectos del shock en el nivel de producto son transitorios.

5. El salario real, que es el costo de oportunidad del ocio, cae durante las recesiones y, por lo tanto, los trabajadores consumen más ocio cuando hay recesión. Hay un efecto ingreso en las recesiones que tiende a reducir el consumo de todos los bienes y de ocio, pero hay también un efecto sustitución que induce mayor ocio. Si el efecto sustitución domina, entonces en las recesiones vemos más ocio.

6.1. El individuo resuelve:

$$\text{Max}_{c_1, c_2} \ln c_1 + \ln c_2$$

$$sa : c_1 + c_2/R \leq Y_1$$

La condición de Euler es:  $R = \frac{u'(c_1)}{u'(c_2)} = \frac{c_2}{c_1}$

La restricción presupuestal es operativa (vale como igualdad) en un óptimo e implica que:  $c_2 = (Y_1 - c_1)R$ . Combinando la restricción presupuestal y la condición de Euler tenemos que:  $c_1 = Y_1/2$ .

6.2. El individuo resuelve:

$$\text{Max}_{c_1, c_2} \ln c_1 + E[\ln c_2]$$

$$sa : c_1 + c_2(R)/R \leq Y_1 \quad \forall R$$

El lagrangeano es:  $L = \ln c_1 + E[\ln c_2] + \lambda(R)(Y_1 - c_1 - c_2(R)/R)$

Y la condición de Euler es:  $u'(c_1) = \beta E[Ru'(c_2)]$  que en este caso particular implica:

$$\frac{1}{c_1} = E\left[\frac{R}{c_2}\right]. \text{ La restricción presupuestal es operativa (vale como igualdad) en un } \text{óptimo e implica que: } c_2 = (Y_1 - c_1)R. \text{ Combinando la restricción presupuestal y la } \text{condición de Euler tenemos que: } \frac{1}{c_1} = E\left[\frac{R}{(Y_1 - c_1)R}\right] = \frac{1}{(Y_1 - c_1)} \Rightarrow c_1 = \frac{Y_1}{2}$$

La incertidumbre sobre la tasa de interés no modificó la elección del consumo del primer período.

6.3. El problema del individuo es ahora:

$$\begin{aligned} & \underset{c_1, c_2}{\text{Max}} \ln c_1 + \ln c_2 \\ \text{sa: } & c_1 + c_2/R \leq Y_2/R \end{aligned}$$

La condición de Euler sigue siendo:  $R = c_2/c_1$ . Sustituyendo esta condición en la restricción presupuestal (que es operativa en el óptimo) tenemos que:  
 $c_1 + Rc_1/R = Y_2/R \Rightarrow c_1 = Y_2/(2R)$

6.4. La condición de Euler del problema con incertidumbre sigue siendo:  $\frac{1}{c_1} = E \left[ \frac{R}{c_2} \right]$ .

La restricción presupuestal implica que:  $c_2 = Y_2 - c_1R$ . Sustituyendo en la condición de Euler:  $\frac{1}{c_1} = E \left[ \frac{R}{Y_2 - c_1R} \right]$ . El consumo óptimo del primer período es el que resuelve la ecuación anterior, pero ya no es posible despejarlo y obtener una expresión explícita. En todo caso, la incertidumbre sobre R afecta la elección del consumo óptimo del primer período en este ejemplo.

7.1. El programa de optimización de las familias es:

$$\begin{aligned} & \underset{c_t}{\text{Max}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t E_0 \left( c_t - 0,5(c_t - v_t)^2 \right) \\ \text{sa: } & \\ & c_t + a_{t+1} = Ra_t \\ & a_0 > 0 \quad ; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{a_t}{R^t} \geq 0 \quad ; \quad \beta R = 1 \quad ; \quad c_t \geq 0 \end{aligned}$$

7.2. La utilidad marginal del consumo es:  $u'(c_t) = 1 - c_t + v_t$ . Por lo tanto, la utilidad marginal del consumo es creciente en el shock.

7.3. La ecuación de Bellman es:  $V(a_t, v_t) = \sup_{a_{t+1}} \{ u(Ra_t - a_{t+1}) + \beta E_t V(a_{t+1}, v_{t+1}) \}$  y la de Euler resulta entonces en:

$$-u'(c_t) + \beta E_t [u'(c_{t+1})R] = 0$$

Usando la expresión de la utilidad marginal que determinamos en 7.2, la condición de Euler queda:

$$1 - c_t + v_t = \beta R E_t [1 - c_{t+1} + v_{t+1}] = 1 - E_t [c_{t+1}] \Rightarrow c_t = E_t [c_{t+1}] + v_t$$

7.4. En el período  $t+1$  se cumple que:  $c_{t+1} = E_{t+1}[c_{t+2}] + v_{t+1}$  y tomando expectativas condicionales a la información en  $t$  se tiene:  $E_t[c_{t+1}] = E_t[E_{t+1}[c_{t+2}]] + E_t[v_{t+1}]$ . Usamos expectativas iteradas y el hecho de que el valor esperado del shock para el futuro es cero para obtener:  $E_t[c_{t+1}] = E_t[c_{t+2}]$ . Sustituyendo en la condición del período  $t$  tenemos:  $c_t = E_t[c_{t+2}] + v_t$ , lo cual puede claramente generalizarse a:  $c_t = E_t[c_{t+i}] + v_t$ ,  $i \geq 1$

7.5. La restricción presupuestal de flujo y la condición de que no hay juego de Ponzi determinan la restricción presupuestal intertemporal:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{c_t}{R^t} = Ra_0$$

Tomando expectativas condicionales a la información en 0:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{E_0[c_t]}{R^t} = Ra_0$$

Por lo tanto:  $c_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{E_0[c_t]}{R^t} = Ra_0$  y a su vez sabemos que  $c_0 = E_0[c_1] + v_0$ ,  $i \geq 1$  o, lo

que es lo mismo, que:  $c_0 = E_0[c_t] + v_0$ ,  $t \geq 1$ . Por lo tanto:  $c_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(c_0 - v_0)}{R^t} = Ra_0$ . Esto

puede escribirse como:  $c_0 + (c_0 - v_0) \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{R^t} = c_0 + (c_0 - v_0) \frac{1}{R} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{R^t} = Ra_0$ . Operando:

$$c_0 + (c_0 - v_0) \frac{1}{R} \left( \frac{R}{R-1} \right) = c_0 + (c_0 - v_0) \left( \frac{1}{r} \right) = Ra_0 \quad \Rightarrow \quad c_0 = ra_0 + v_0/R$$

El mismo argumento vale en cualquier momento del tiempo, por lo cual podemos escribir que:

$$c_t = ra_t + \frac{v_t}{R}$$

El consumo es entonces igual al ingreso que el individuo recibe en el período si el shock de preferencias es cero, mayor si el shock es positivo y menor si es negativo.

7.6. Usamos la regla de consumo que obtuvimos en el punto anterior en la restricción presupuestal de flujo:

$$a_{t+1} = Ra_t - c_t = Ra_t - ra_t - \frac{v_t}{R} = a_t - \frac{v_t}{R}$$

Usando este resultado y la regla de consumo óptimo:

$$c_t - c_{t-1} = r(a_t - a_{t-1}) + \frac{v_t - v_{t-1}}{R} = r \left( -\frac{v_{t-1}}{R} \right) + \frac{v_t - v_{t-1}}{R} = \frac{v_t}{R} - v_{t-1}$$

Esto implica que un shock transitorio en las preferencias tiene un efecto permanente en el consumo y en el stock de activos de la familia.

7.7. Escribimos el proceso del consumo que encontramos en 7.6 para los períodos  $t$ ,  $t+1$  y  $t+2$ :

$$c_t - c_{t-1} = \frac{v_t}{R} - v_{t-1}$$

$$c_{t+1} - c_t = \frac{v_{t+1}}{R} - v_t$$

$$c_{t+2} - c_{t+1} = \frac{v_{t+2}}{R} - v_{t+1}$$

Un shock positivo en  $t$  induce un aumento del consumo en  $t$  por el monto  $v_t/R$  y una disminución del consumo en  $t+1$  por el monto  $v_t$ . La caída del consumo en  $t+1$  es entonces mayor al aumento del consumo en  $t$ . El individuo aumentó el consumo en el período en que ocurrió el shock de preferencias positivo y lo redujo en todos los períodos siguientes. La reducción del consumo en los períodos  $t+1$  y siguientes es la contraparte inevitable del aumento del consumo en  $t$ , dado que debe respetar la restricción presupuestal. El efecto del shock sobre la variación del consumo es transitorio, pero sobre el consumo es permanente. Esto es propio del hecho que el consumo, como los activos, sigue un paseo aleatorio en este modelo.

