Segundo juego de ejercicios

Azariadis (1993) presenta en páginas 180 y 181 un modelo de dos países, sin producción, con poblaciones de individuos que viven dos períodos. Considere ese modelo y responda las siguientes preguntas:

1. ¿Está usted de acuerdo en que las ecuaciones de la página 181 deberían ser las siguientes?

   $F = X + \frac{\bar{r}S^A}{1+n}$; $X = \frac{n-\bar{r}}{1+n}S^A$; $F = \frac{n}{1+n}S^A$

2. Si estoy en lo cierto y las ecuaciones anteriores son correctas, es posible que el saldo de la cuenta corriente sea positivo, cero o negativo, aún cuando $S^A<0$. Esto contradice lo que afirma Azariadis debajo de la ecuación (11.10b) es decir que: “entonces $S^A<0$, lo cual significa un déficit en la cuenta corriente para la economía doméstica”. ¿Cómo se explica entonces este resultado? (Pienso que la clave está en que S^A es el ahorro de los jóvenes exclusivamente).

3. Esta economía puede presentar un equilibrio con déficit permanente en el saldo de la cuenta corriente del balance de pagos. Muestre que aún así la deuda per cápita no es explosiva (más aún, es constante). Defina la deuda per cápita (b_t) como:

   $b_t = B_t/L_t = (\text{Deuda total en } t)/(\text{Tamaño de la generación } t)$ ¿A cuánto asciende la deuda per cápita?

4. Suponga que en los dos países las funciones de utilidad son:

   $u(c_1, c_2) = u(c_1) + \beta u(c_2)$; $0 < \beta < 1$; $u'(.) > 0$; $u''(.) < 0$

   Pero las dotaciones iniciales se distribuyen desigualmente a lo largo del tiempo:

   Economía doméstica : $e_A = (e_{1A}, e_{2A}) = (2,10)$

   Economía extranjera : $e_B = (e_{1B}, e_{2B}) = (10,2)$

   4.1 Muestre que la tasa de interés autárquica de la econonomía doméstica es mayor.
   4.2 Muestre que al abrirse al comercio internacional se cumplirá: $S^A<0$.

Pauta de respuesta

1. La balanza comercial per capita (X) es:

$$L_t X = L_t \underbrace{\left(e_{1h} - C_{1h}^{t}\right)}_{\substack{\text{Exceso de oferta del} \\ \text{joven h en t}}} + L_{t-1} \underbrace{\left(e_{2h} - C_{2h}^{t-1}\right)}_{\substack{\text{Exceso de oferta del} \\ \text{anciano h en t}}}$$

Ahorro del joven del país A: $S^A(\bar{r}) = e_{1A} - C_{1A}^{t}(\bar{r})$

El consumo óptimo del anciano del país A es: $C_{2A}^{t-1}(\bar{r}) = e_{2A} + (1+\bar{r})S^A(\bar{r})$

==> Exceso de oferta del viejo del país A $= e_{2A} - C_{2A}^{t-1} = -(1+\bar{r})S^A(\bar{r})$

==> $X = S^A(\bar{r}) - \left(\frac{1+\bar{r}}{1+n}\right)S^A(\bar{r}) = \frac{n-\bar{r}}{1+n} S^A(\bar{r})$

El saldo de cuenta corriente es igual al saldo de la balanza comercial más los intereses cobrados. Los intereses cobrados dependen del ahorro realizado en el período anterior por los actuales viejos:

$$L_t F = L_t X + \bar{r} L_{t-1}\left(e_{1h} - C_{1h}^{t-1}\right)$$
$$F = X + \frac{\bar{r}}{1+n} S^A(\bar{r})$$

Saldo de cuenta corriente y ahorro:

$$F = \frac{n-\bar{r}}{1+n} S^A(\bar{r}) + \frac{\bar{r}}{1+n} S^A(\bar{r}) = \frac{n}{1+n} S^A(\bar{r})$$

2. $S^A < 0$ no significa que el ahorro nacional sea negativo, ya que esto es sólo el ahorro de los jóvenes. El ahorro nacional debe igualar a la suma de la inversión y el saldo de la cuenta corriente de la balanza de pagos. En este modelo no hay inversión, porque se supuso que el bien es perecedero. Entonces, el ahorro nacional debería ser igual al saldo de la cuenta corriente:

$$L_t F = L_{t-1} \textit{Ahorro viejos} + L_t S^A(\bar{r})$$

A su vez: $\textit{Ahorro viejos} = \underbrace{e_{2A} + \bar{r} S^A(\bar{r})}_{\text{Ingreso viejos en A}} - C_{2A}^{t-1}$

Los ancianos consumen todos sus ingresos y los activos acumulados en el primer período:

$C_{2A}^{t-1} = e_{2A} + (1+\bar{r})S^A(\bar{r})$

==> $Ahorro\ viejos = e_{2A} + \bar{r}S^A - e_{2A} - (1+\bar{r})S^A = -S^A$

Es decir que los viejos desahorran lo que ahorraron cuando eran jóvenes (o ahorran lo que desahorraron en su juventud).

==> $\frac{L_{t-1}}{L_t} Ahorro\ viejos + S^A = F$

$F = \frac{-S^A}{1+n} + S^A = \frac{n}{1+n}S^A$

Este resultado coincide con lo que habíamos encontrado en la parte 1, pero partiendo ahora de la igualdad entre ahorro nacional e inversión más saldo de cuenta corriente.

3. Llamo B_t a la deuda neta emitida en t-1 y que madura en t. En t, el país emite deuda según el ahorro de los jóvenes: $B_{t+1} = -S^A L_t$. Los viejos no pueden emitir deuda porque no estarán en el período siguiente para pagar. En consecuencia:

$\frac{B_{t+1}}{L_{t+1}}\frac{L_{t+1}}{L_t} = -S^A \qquad \Rightarrow b_{t+1} = -\frac{S^A}{1+n}$

Esta expresión es idéntica en todos los períodos y, por lo tanto, la deuda per capita es constante.

Este resultado es coherente con la expresión obtenida antes para el saldo de la cuenta corriente. El saldo de la cuenta corriente es igual a la disminución del endeudamiento externo: $L_t F = B_t - B_{t+1}$. En per capita: $F = b_t - \frac{B_{t+1}}{L_{t+1}}\frac{L_{t+1}}{L_t} = b_t - b_{t+1}(1+n)$
Por lo indicado antes, la deuda per capita es constante. Usando ese resultado en la expresión del saldo de cuenta corriente anterior:

$F = b(-n) = \frac{n}{1+n}S^A$, que es la expresión que ya conocíamos.

4.1. Según Euler: $\frac{u'(C_1)}{\beta u'(C_2)} = 1 + r = R$
En autarquía los individuos consumen sus dotaciones: $C_1 = e_1$; $C_2 = e_2$
Entonces:

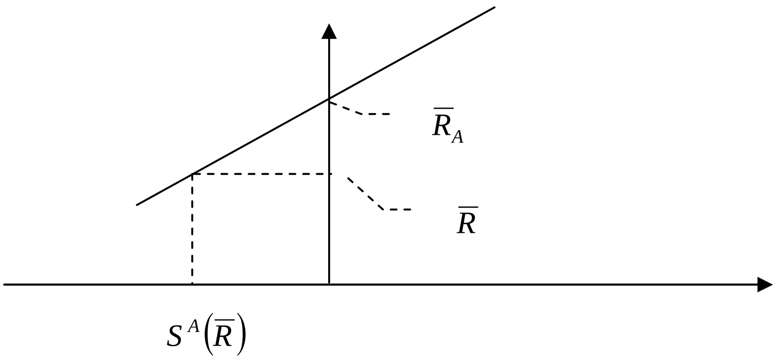
$$\frac{u'(e_{1A})}{\beta u'(e_{2A})} = R_A \ ; \ \frac{u'(e_{1B})}{\beta u'(e_{2B})} = R_B \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{u'(e_{1A})}{\beta u'(e_{2A})} \frac{\beta u'(e_{2B})}{u'(e_{1B})}$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \left[\frac{u'(2)}{u'(10)}\right]^2 > 1$$

4.2. Esto puede verse de dos manera, aplicando el teorema de existencia del equilibrio (teorema 11.1 en Azariadis) y en forma constructiva.

(i) Aplicando el teorema 11.1.

Sabemos que $\overline{R}_B < \overline{R}_A$. Entonces existe un equilibrio con $\overline{R}_B < \overline{R} < \overline{R}_A$. A su vez, $S^A(\overline{R}) < 0$ ya que $\overline{R} < \overline{R}_A$:



(ii) Constructivamente.

En el equilibrio con comercio se cumple que:

$$\frac{u'(C_{1A})}{\beta u'(C_{2A})} = \overline{R} = \frac{u'(C_{1B})}{\beta u'(C_{2B})}$$

$$C_{1A} = e_{1A} - S^A \ ; \ C_{2A} = e_{2A} + \overline{R} S^A$$

Balance del comercio mundial: $L_A S^A = -L_B S^B$

$$C_{1B} = e_{1B} - S^B = e_{1B} + \frac{L_A}{L_B} S^A \ \ ; \ C_{2B} = e_{2B} + \overline{R} S^B = e_{2B} - \overline{R} \frac{L_A}{L_B} S^A$$

$$\frac{u'(e_{1A} - S^A)}{\beta u'(e_{2A} + \overline{R} S^A)} = \frac{u'(e_{1B} + S^A L^A / L^B)}{\beta u'(e_{2B} - \overline{R} S^A L^A / L^B)} \qquad \textbf{(1)}$$

Sabemos que $e_{1A} < e_{1B}$ y $e_{2A} > e_{2B}$

Descarto $S^A \geq 0$:

(i) Si $S^A = 0$ $\Rightarrow$ $\frac{u'(e_{1A})}{\beta u'(e_{2A})} = \frac{u'(e_{1B})}{\beta u'(e_{2B})}$, pero esto no es posible ya que:

$e_{1A} < e_{1B}$ $\Rightarrow u'(e_{1A}) > u'(e_{1B})$ y $e_{2A} > e_{2B}$ $\Rightarrow u'(e_{2A}) < u'(e_{2B})$

(ii)

$$
\begin{array}{lll}
Si\ S^A > 0 & \Rightarrow & u'\left(e_{1A} - S^A\right) > u'(e_{1A}) > u'(e_{1B}) > u'\left(e_{1B} + S^A\, L^A / L^B\right) \\
y & & u'\left(e_{2A} + \overline{R} S^A\right) < u'(e_{2A}) < u'(e_{2B}) < u'\left(e_{2B} - \overline{R} S^A\, L^A / L^B\right)
\end{array}
$$

Estas dos desigualdades contradicen (1), por lo cual no es posible tener $S^A > 0$.